TESIS SS14 2501

PENAKSIRAN PARAMETER MODEL *MULTIVARIATE CONDITIONAL AUTOREGRESSION* (MCAR)

Studi Kasus : Indikator Kinerja Utama Otonomi Daerah Di Provinsi Jawa Timur tahun 2012

Sukri Adnan Sangadji
NRP. 1312 2012 09

DOSEN PEMBIMBING
Dr. Sutikno, S.Si., M.Si.
Dr. Purhadi, M.Sc.

PROGRAM MAGISTER
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2016

THESIS SS14 2501

PARAMETER ESTIMATION ON MULTIVARIATE CONDITIONAL AUTOREGRESSION (MCAR) MODEL

(Case Study: Main Performance Indicators Autonomy Region At East Java Province In 2012 **)**

Sukri Adnan Sangadji
NRP. 1312 2012 09

SUPERVISOR
Dr. Sutikno, S.Si., M.Si.
Dr. Purhadi, M.Sc.

PROGRAM OF MAGISTER
DEPARTEMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES
INSTITUTE OF TECHNOLOGY SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2016

PENAKSIRAN PARAMETER MODEL *MULTIVARIATE CONDITIONAL AUTOREGRESSION* (MCAR)

(Studi Kasus Indikator Kinerja Utama Otonomi Daerah di Provinsi Jawa Timur tahun 2012)

Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si)
di
Institute Teknologi Sepuluh November

Oleh :

SUKRI ADNAN SANGADJI
NRP: 1312 201 209

Tanggal Ujian : 25 Januari 2016
Periode Wisuda : Maret 2016

Disetujui Oleh :

1. **Dr. Sutikno, S.Si, M.Si** (Pembimbing I)
   NIP : 19710313 199702 1 001
2. **Dr. Purhadi, M.Sc** (Pembimbing II)
   NIP : 19620204 198701 1 001
3. **Dr. Bambang Widjanarko Otok, M.Si** (Penguji)
   NIP : 19681124 199412 1 001
4. **Santi Wulan Purnami, Ph,D** (Penguji)
   NIP : 19720923 199803 2 001

Direktur Program Pascasarjana,

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI, DAN PENDIDIKAN TINGGI
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
PROGRAM PASCASARJANA

Prof. Ir. Djauhar Manfaat, M.Sc, Ph.D
NIP. 19601202 198701 1 001

PENAKSIRAN PARAMETER MODEL *MULTIVARIATE CONDITIONAL AUTOREGRESSION* (MCAR)

(Studi Kasus: Indikator Kinerja Utama Otonomi Daerah di Provinsi Jawa Timur Tahun 2012**)**

Nama mahasiswa	: Sukri Adnan Sangadji
NRP	: 1312201209
Pembimbing	: Dr. Sutikno, S.Si, M.Si.
Co-pembimbing	: Dr. Purhadi, M.Sc.

ABSTRAK

Bedasarkan *Encyclopedia of GIS* bahwa fokus dari aplikasi statistik spasial dengan data area adalah “Statistik spasial data areal fokus dengan mendeteksi pola spasial atau tren nilai atribut dari sekelompok daerah.” Jin, Carlin, dan Banerjee (2005) menyatakan model yang paling umum digunakan dalam analisis data area adalah model *Conditional Autoregressive* (CAR) spesifikasi yang dipelopori oleh Besag (1974). Model regresi linier multivariat spasial yang digunakan dalam penelitian ini adalah model *Multivariate Conditional Autoregressive* (MCAR). Penelitian ini bertujuan; mendapatkan penaksiran parameter variabel prediktor yang berpengaruh terhadap variabel respon dengan efek spasial dan mendapatkan pola spasial yang menjelaskan Indikator Kinerja Utama Otonomi Daerah Provinsi Jawa Timur. Dari hasil Analisis data dengan menggunakan MCMC diperoleh bahwa model dari tiga indikator kesuksesan otonomi daerah provinsi Jawa Timur tahun 2012 yaitu pertumbuhan ekonomi, tingkat kemiskinan, dan tingkat pengangguran terbuka dengan model MCAR dipengaruhi oleh Rasio lulusan D4/S1/S2/S3 secara spasial dan polanya adalah mengelompok.

Kata Kunci : Data area, Model regresi linier spasial, Model CAR, Model MCAR, MCMC Indikator Kinerja Utama Otonomi Daerah.

PARAMETER ESTIMATION ON MULTIVARIATE CONDITIONAL AUTOREGRESSION (MCAR) MODEL

(Case Study: Main Performance Indicators Autonomy Region At East Java Province In 2012 **)**

By	: Sukri Adnan Sangadji
NRP	: 1312201209
Supervisor	: Dr. Sutikno, S.Si, M.Si.
Co- Supervisor	: Dr. Purhadi, M.Sc.

ABSTRACT

Based on Encyclopedia of GIS that focus applications of spatial statistical data area is "Statistics Spatial Data area of focus by detecting spatial patterns or trends attribute values of a group of area." Jin, Carlin, and Banerjee (2005) states the most common model used in the analysis of data area is a model Conditional Autoregressition (CAR) specification spearheaded by Besag (1974). Spatial multivariate linear regression model used in this study is Multivariate Conditional Autoregressive (MCAR) model. This study aims to obtain parameter estimation predictor variables which influence the response variable with spatial effects and get spatial patterns explain the Main Performance Indicators Autonomous Region of East Java Province. From the results of data analysis using MCMC found that the model of three indicators of the success of the regional autonomy of East Java province in 2012 that economic growth, poverty, and the open unemployment rate with MCAR models affected by the ratio of graduates of D4 / S1 / S2 / S3 spatially and the pattern is grouped.

Keywords: Area Data, Linier regression model, CAR model, MCAR model, MCMC, Main Performance Indicator Autonomy.

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah *subhana wata'ala* atas segala karunia, petunjuk, dan pertolongan-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis yang berjudul "Penaksiran Parameter Model Multivariat CAR" dengan studi kasus : Indikator Kinerja Utama Otonomi Daerah di Provinsi Jawa Timur Tahun 2012.

Dalam penyusunan tesis ini, berbagai pihak telah banyak memberikan dukungan, bantuan, dan masukan. Untuk itu, ucapan terimakasih yang tak terhingga penulis haturkan kepada:

1. Bapak Dr. Sutikno, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah bersedia meluangkan waktu di tengah kesibukannya untuk membimbing penulis dan senantiasa memberikan motivasi untuk selalu *istiqomah*, membuat penulis bersemangat untuk melakukan sesuatu yang lebih baik.
2. Bapak Dr. Purhadi, M.Sc. selaku dosen co-pembimbing yang juga telah bersedia meluangkan waktu untuk membimbing penulis di tengah padatnya kesibukan beliau.
3. Bapak Dr. Bambang Brojol Otok, M.Si dan Bapak Kadarmanto, selaku penguji yang telah memberikan saran dan kritik.
4. Ibu Santi Wulan Purnami, Ph,D, selaku penguji dan dosen wali yang dengan penuh dedikasi memberikan kulaih, bimbingan dan pengarahan dalam proses kuliah atau pun dalam penelitian di jurusan statistika ITS.
5. Seluruh Bapak / Ibu Dosen, staf administrasi, staf perpustakaan jurusan statistika, staf lab komputer yang telah memberikan bantuan dan sewatu penulis menjalani kuliah dan proses penulisan tesis ini.
6. Ibu dan Bapak tercinta, Hajar Hasim dan Adnan Sangadji, *syukron jazakumullah khairon katsiran* atas doa, pengorbanan, dukungan, ketulusan, kesabaran dan segala kebaikan yang diberikan kepada penulis.
7. Adik-adik tersayang, Endang Adnan Sangadji, Irfan Laheda , Putri Kartini Sangadji, atas dukungan dan doanya.
8. Mas Gama, Mas Untung, dan kawan-kawan yang lain kelas BPS angkatan 2013 yang telah memberikan bantuan data dalam penyusunan tesis ini.
9. Kawan – kawan seperjuangan angkatan 2012 Mas Darmanto, Mas Tandri,

Mba Lutfa, Mas Zul, Mba Dines, Mba Ririn. Dan Kawan-kawan angkatan 2013 dan angkatan 2014 semoga Allah ta'ala memjadikan kita sebagai agen2 perubahan untuk Indonesia yang lebih baik.

10. Kepada semua pihak yang turut membantu penulisan tesis ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Semoga amal baik yang telah diberikan kepada penulis mendapatkan balasan yang terbaik dari Allah *subhana wata'ala*. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan tesis ini masih banyak kekurangan. Dengan segala kerendahan hati, penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari semua pihak. Akhir kata, semoga tesis ini bermanfaat.

Surabaya, Januari 2016

Sukri Adnan Sangadji

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

BAB 1
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis data spasial telah menjadi bidang yang semakin aktif diteliti dari dua sisi, yaitu metodologi dan terapan statistik. Hal ini dibuktikan dengan diterimanya hadiah nobel oleh Paul Krugman pada tahun 2008 dalam bidang Ekonomi Regional. Dengan adanya program komputer yang dikenal sebagai sistem informasi geografis (SIG) telah memungkinkan penerapan analisis data spasial ke berbagai bidang diantaranya yaitu : ilmu kesehatan, ekonomi regional, kriminal, politik, bisnis, dan lainnya.

Bedasarkan *Encyclopedia of GIS* fokus dari aplikasi statistik spasial dengan data area adalah "Statistik spasial data areal fokus dengan mendeteksi pola spasial atau tren nilai atribut dari sekelompok daerah." Data area yang dimaksud dapat berupa wilayah geografis (data area) seperti: kabupaten, jalur sensus, kode pos, dan sebagainya. Jin, Carlin, dan Banerjee (2005) menyatakan bahwa model paling umum digunakan dalam analisis data area adalah model *Condisional autoregressive* (CAR) spesifikasi dipelopori oleh Besag (1974). Keunggulan dari model CAR pertama kali di teliti oleh Brook (1985) (dalam Cressie,1993) yang menyatakan bahwa model CAR lebih baik dari model SAR dalam hal penaksiran parameter.

Model yang dikembangkan oleh Besag (1974) merupakan model spasial univariat, dimana dalam pengamatan hanya mempunyai satu variabel dependen yang terjadi pada lokasi pengamatan. Padahal dalam banyak kasus ada beberapa permasalahan yang mempunyai variabel dependen lebih dari satu variabel yang bergantung pada lokasi pengamatan, salah satunya adalah data terkait indikator kesuksesan otonomi daerah.

Mardia (1988) menyajikan pengembangan teori yang dilakukan oleh Besag (1974) dengan menggunakan analogi dari multivariat normal *Markov random fiel* (MRF). Banerjee, Carlin, dan Gelfand (2005) menemukan bahwa model multivariat spasial dapat juga menyediakan koefisien dalam regresi multivariat yang bergantung pada beragam unit areal spasial yang berbeda.

Penelitien terkait hal ini dilakukan oleh Gamerman (2002) yang menginverstigasi suatu model Distirubusi Normal *Markov random field* dan membandingkan beberapa *bolcking schemes* untuk melakukan sampling terhadap posterior yang dihasilkan dari sebuah likelihod regresi linier berganda. Gelfand dan Vounatsou (2003) mengklarifikasi kelas apa yang dapat dikembangkan dari keluarga model dari Mardia (1988) dan kontras dengan karya terbaru dari Kim, Sun, dan Tsutakawa (2001), Kemudian Jin dan Banerjee (2005) mengusulkan kelas baru yang fleksibel dari model *General Multivariate Condisional Autoregressive* (GMCAR) untuk data area.

Penggunaan metode Bayesian dalam penaksiran parameter model CAR dilakukakan oleh Tang dan Ghosal (2006) yang mengusulkan *Model Mixture Bayesian Infinite* untuk penaksiran model *conditional density* series waktu *ergodic*, kemudian membandingkan hasil dari dua analisis yaitu metode linier lokal *double-kernel* dan pendekatan *Dirichlet process mixture model* (DPMM). Penelitian terbaru saat ini terkait pengembangan model MCAR dilakukan oleh Zhang, Hodges, dan Banerjee (2009) yang menunjukkan bagaimana *spatial ANOVA* (SANOVA) dapat menyelesaikan masalah berganda pemetaan penyakit dengan mengabaikan struktur kovarians komleks yang disebabkan oleh model MCAR, Torabi (2014) juga menggunakan algoritma perhitungan untuk memperoleh *maximum likelihood estimation* (MLE) berdasarkan *data cloning* (DC), dalam rangka meneliti model *spatial generalized linier mixid model (SGLMM)* dengan model MCAR untuk data area.

Penelitian tentang desentrasilsasi dengan Analisis data spasial dilakukan oleh Costa-Font dan Mosconey (2009) : Akibat desentralisasi dan interaksi teritorial dengan menggunakan data panel belanja kesehatan Meksiko. Kemudian penelitian terhadap tingkat pengangguran terbuka, pertumbuhan ekonomi, dan kemiskinan Jawa Timur dilakukan oleh Santoso (2009) melakukan pengelompokan faktor-faktor yang mempengaruhi tingkat pengangguran terbuka di Jawa Timur menggunakan MARS, Lailiya (2011) melakukan pengelompokan faktor-faktor yang mempengaruhi tingkat pengangguran terbuka di Jawa Timur menggunakan metode hirarki dan nonhirarki. Kemudian Edi, (2010) Memodelkan *Quasi-maximum likelihood* untuk regresi panel spasial

Laju Pertumbuhan Ekonomi Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur 2007-2009. Juga Adiba (2013) melakukan penaksir persamaan simultan spasial dengan pendekatan *Generalize Spatial Three Stage Least Square*, studi kasus Indikator Perekonomian Jawa Timur. Djuraidah dan Wigena(2012) modelkan Regresi Spasial untuk Menentuan Faktor-faktor Kemiskinan di Provinsi Jawa Timur.

Sampai dengan tahun 2011, ukuran indikator pembangunan di provinsi Jawa Timur merujuk pada peraturan pemerintah (PP) no 6 tahun 2008, yang menyatakan terdapat lebih dari seratus indikator sebagai pedoman evaluasi penyelenggaraan pemerintah daerah, namun provinsi Jawa Timur menyesuaikan dengan kondisi lokal Jawa Timur sehingga mengambil sebanyak 95 indikator. Ditetapkan 5 indikator kinerja utama, 22 indikator prioritas pembangunan ekonomi, 29 indikator prioritas pembangunan sosial, dan indikator prioritas pembangunan lainnya sebanyak 39 indikator.

Dari 95 indikator tersebut diringkas menjadi 5 indikator kinerja utama yaitu : 1) Tingkat pengangguran terbuka, 2) Persentase penduduk miskin, 3) Pertumbuhan ekonomi, 4) Indeks disparitas wilayah, dan 5) Indeks pembangunan manusia. Fokus kepada lima indikator kinerja utama pembangunan Jawa Timur dimaksud untuk lebih memudahkan para perencana pembangunan dari sekian banyak indikator.

Hasil survei Angkatan Kerja Nasional (Sarkernas) pada agustus 2012 yang dilakukan oleh BPS provinsi Jawa Timur, jumlah angkatan kerja di Jawa Timur pada tahun 2012 mencapai sebanyak 19,901 juta orang atau bertambah sebesar 139,672 ribu orang dibandingkang dengan angkatan kerja tahun 2011 sebesar 19,761 juta orang. Dari angkatan kerja, yang terserap dalam lapangan kerja sekitar 95,88 persen atau 19,81 juta. Sementara pencari kerja yang tidak/belum terserap di pasar kerja (TPT) sebesar 4,12 persen atau 819,563 ribu orang pada tahun 2012, relatif lebih baik dibandingkan kondisi tahun 2011 yang mencapai 4,16 persen atau 821,546 ribu orang. Tingkat pengangguran terbuka (TPT) menurut kabupaten/kota berkisar antara 1,16-7,85 persen. TPT terendah terdapat pada kabupaten pacitan (1,16 persen) dan tertinggi terdapat pada kota Kediri (7,85 persen). Angka TPT pada sebagian besar wilayah kota kecuali kota Blitar dan Kota Batu berada di atas rata-rata Jawa Timur (4,12 persen).

Perekonomian Jawa Timur dari waktu ke waktu terus tumbuh dan berkembang. Kondisi faktual tersebut dapat ditunjukkan dengan pertumbuhan ekonomi yang lebih tinggi dari tahun-tahun sebelumnya dan pengurangan distorsi pembangunan. Pertumbuhan ekonomi 7,22 persen di tahun 2011 dan menjadi 7,27 persen pada tahun 2012.

Pengurangan angka kemiskinan memberikan pengaruh pada jumlah penduduk di atas garis kemiskinan. Jumlah penduduk di atas garis kemiskinan di tahun 2012 sebesar 86,92 persen atau tumbuh 1,15 persen poin dari tahun sebelumnya. Selama kurun waktu lima tahun laju pertumbuhan penduduk di atas garis kemiskinan mulai tahun 2008 – 2012 berturut-turut sebesar 1,47 persen; 1,83 persen; 1,42 persen; 1,03 persen; 1,15 persen.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan judul dan uraian latar belakang di atas, maka masalah dalam penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana penaksiran parameter model multivariat CAR spasial.
2. Bagaimana pola spasial (*spatial pattern*) Indikator Kinerja Utama Otonomi Daerah Provinsi Jawa Timur.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang diuraikan di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah :

1. Mendapatkan penaksiran parameter model multivariat CAR spasial.
2. Mendapatkan pola spasial (*spatial pattern*) Indikator Kinerja Utama Otonomi Daerah Provinsi Jawa Timur.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah :

1. Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat untuk penentuan kebijakan dan evalusasi pelaksanaan otonomi daerah di provinsi Jawa Timur.
2. Sebagai bahan pertimbangan untuk kepala daerah dalam merumuskan kebijakan pembangunan daerah dengan memperhatikan efek spasial.

1.5 Batasan Permasalahan Penelitian

Membuat model regresi multivariat kemudian uji asumsi klasik model regresi yaitu: Uji Korelasi variabel respon, Uji Multikolinieritas variabel prediktor, dan Uji normalitas data multivariat, melakukan analisis data spasial dengan Model MCAR dengan menggunakan prosedur MCMC untuk data area. Aspek indikator kinerja utama otonomi daerah provinsi Jawa Timur yang menjadi perhatian dalam penelitian ini adalah 1) Tingkat pengangguran terbuka, 2) Pertumbuhan ekonomi , 3) Persentase penduduk miskin yang disesuaikan dengan dokumen RPJMD Jawa Timur tahun 2009-2014.

BAB 2
TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini disampaikan model regresi multivariat untuk menunjukkan hubungan antara indikator kinerja utama otonomi daerah provinsi Jawa Timur tahun 2012 (variabel respon) dengan beberapa variabel prediktor yang ditentukan. Terlebih dahulu dijelaskan mengenai model regresi multivariat. Kemudian Model Regresi Linier Spasial yang diganakan yaitu model *Autoregressive,* maka dibahas model univariat *Condititonal Autoregressive* (CAR) dan *Multivariate Condiitonal Autoregressive* (MCAR), Metode MCMC yaitu algoritma Metropolis-Hasting, di bagian akhir bab ini dijelaskan konsep Otonomi Daerah dan konsep tentang variabel respon.

2.1 Model Regresi Linier Multivariat

Model linier multivariat adalah pengembangan dari model linier univariat dengan variabel dependen Y lebih dari satu (Cristensen, 2001). Misalkan $X_1, X_2, ..., X_p$ variabel prediktor, $Y_1, Y_2, ..., Y_q$ respon, maka struktur data yang dapat disajikan adalah pada Tabel 2.1 berikut :

Tabel 2.1 Struktur Data Regresi Multivariat

Observasi	$\boldsymbol{Y_1}$	$\boldsymbol{Y_2}$	…	$\boldsymbol{Y_h}$	…	$\boldsymbol{Y_q}$	$\boldsymbol{X_1}$	$\boldsymbol{X_2}$	…	$\boldsymbol{X_k}$	…	$\boldsymbol{X_p}$
1	Y_{11}	Y_{12}	…	Y_{1h}	…	Y_{1q}	X_{11}	X_{12}	…	X_{1k}	…	X_{1p}
2	Y_{21}	Y_{22}	…	Y_{2h}	…	Y_{2q}	X_{21}	X_{22}	…	X_{2k}	…	X_{2p}
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮	⋮		⋮		⋮
i	Y_{i1}	Y_{i2}	…	Y_{ih}	…	Y_{iq}	X_{i1}	X_{i2}	…	X_{ik}	…	X_{ip}
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮	⋮		⋮		⋮
n	Y_{n1}	Y_{n2}	…	Y_{nh}	…	Y_{nq}	X_{n1}	X_{n2}	…	X_{nk}	…	X_{np}

dimana:

$X_1, X_2, \dots, X_p$: prediktor

$Y_1, Y_2, \dots, Y_q$: respon

$i = 1, 2, \dots, n$ adalah indeks pengamatan

$k = 1, 2, \dots, p$ adalah indeks prediktor

$h = 1, 2, \dots, q$ indeks respon

X_{ik} adalah pengamatan ke-i pada variabel X ke-k

Y_{ih} adalah pengamatan ke-i pada variabel Y ke-h

Jika dilakukan n buah pengamatan pada setiap respon, maka variabel respon dapat dinyatakan dengan $Y_{1j}, Y_{2j}, \dots, Y_{qj}$ dimana $j = 1, 2, \dots, n$ atau dapat juga dinyatakan dengan $\underset{\sim}{Y}_h = \left[Y_{h1}\ Y_{h2}\ \dots\ Y_{hn} \right]^T$ dimana $h = 1, 2, \dots, q$ maka model linier untuk $\underset{\sim}{Y}_h$ adalah :

$$\underset{\sim}{Y}_h = \mathbf{X} \underset{\sim}{\beta}_h + \underset{\sim}{\varepsilon}_h \tag{2.1}$$

dengan $\underset{\sim}{\beta}_h = \left[\beta_{h0}\ \beta_{h1}\ \beta_{h2}\ \dots\ \beta_{hp} \right]^T$,

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \cdots & X_{1p} \\ 1 & X_{12} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & \cdots & X_{np} \end{bmatrix} \text{ dan } \underset{\sim}{\varepsilon}_h = \left[\varepsilon_{h1}\, \varepsilon_{h2} \cdots \varepsilon_{hn} \right]^T$$

Model linier yang terdiri atas q model linier secara simultan dapat ditulis seperti persamaan (2.2) :

$$\mathbf{Y}_{n \times q} = \mathbf{X}\mathbf{B}_{(p+1) \times q} + \mathbf{E}_{n \times q} \tag{2.2}$$

dengan $\mathbf{Y}_{n \times q} = \left[\underset{\sim}{Y}_1\ \underset{\sim}{Y}_2\ \dots\ \underset{\sim}{Y}_q \right], \mathbf{B}_{(p+1) \times q} = \left[\underset{\sim}{\beta}_1\ \underset{\sim}{\beta}_2\ \dots\ \underset{\sim}{\beta}_q \right]$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{n \times q} = \left[\underset{\sim}{\varepsilon}_1\ \underset{\sim}{\varepsilon}_2\ \dots\ \underset{\sim}{\varepsilon}_{hn} \right]$

model (2.2) dapat ditulis dalam bentuk vektor sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{Y}_1 \\ \underset{\sim}{Y}_2 \\ \vdots \\ \underset{\sim}{Y}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{X} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\beta}_1 \\ \underset{\sim}{\beta}_2 \\ \vdots \\ \underset{\sim}{\beta}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\varepsilon}_1 \\ \underset{\sim}{\varepsilon}_2 \\ \vdots \\ \underset{\sim}{\varepsilon}_q \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

Jika $\underset{\sim}{Y}_{nq \times 1} = \left[\underset{\sim}{Y}_1^T\ \underset{\sim}{Y}_2^T\ \dots\ \underset{\sim}{Y}_q^T \right]^T$, $\underset{\sim}{\beta} = \left[\underset{\sim}{\beta}_1^T\ \underset{\sim}{\beta}_2^T\ \dots\ \underset{\sim}{\beta}_q^T \right]^T$, $\underset{\sim}{\varepsilon} = \left[\underset{\sim}{\varepsilon}_1^T\ \underset{\sim}{\varepsilon}_2^T\ \dots\ \underset{\sim}{\varepsilon}_q^T \right]^T$ maka model (2.3) dapat ditulis menjadi :

$$\underset{\sim}{Y}_{(nq \times 1)} = (\mathbf{I} \otimes \mathbf{X})_{(nq \times (p+1)q \times 1)} \underset{\sim}{\beta}_{(p+1)q \times 1} + \underset{\sim}{\varepsilon}_{(nq \times 1)} \text{ atau} \tag{2.4}$$

$$Vec(\mathbf{Y}) = (\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{X})Vec(\mathbf{B}) + Vec(\mathbf{E})$$

2.1.1 Penaksiran Parameter Model Regresi Multivariat

Pada model linier multivariat matriks *error* $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_{ij})$ merupakan matriks random berdistribusi normal multivariat, dengan $h = 1, 2, ..., q$ dan $j = 1, 2, ..., \mathrm{n}$ yang diasumsikan bahwa :

1. $E(\varepsilon_{hj}) = 0$
2. $\mathrm{Var}(\varepsilon_{hj}) = \sigma_h^2$
3. $\mathrm{Cov}(\varepsilon_{hj}, \varepsilon_{h^*j^*}) = \begin{cases} \sigma_{hh^*} & \text{jika } \mathrm{j} = \mathrm{j}^* \\ 0 & \text{jika } \mathrm{j} \neq \mathrm{j}^* \end{cases}$

Ekspektasi dan matriks varians kovarians dari $Vec(\mathbf{E})$ adalah :

$E(Vec(\boldsymbol{\varepsilon})) = \underset{\sim}{\mathbf{0}}$, $\mathrm{Cov}(Vec(\boldsymbol{\varepsilon})) = \boldsymbol{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_\mathrm{n}$ dan $Vec(\boldsymbol{\varepsilon}) \sim \mathrm{N}_{\mathrm{nq}}(\underset{\sim}{\mathbf{0}}, \boldsymbol{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_\mathrm{n})$

Dimana $\boldsymbol{\Sigma}$ adalah matriks varians kovarians berukuran $q \times q$. $\boldsymbol{\Sigma} = (\sigma_{hh^*})$ dengan $h = 1, 2, ..., q$ dan $h^* = 1, 2, ..., q$ dan $\otimes$ adalah matriks perkalian Kroneker.

Penaksir $Vec(\mathbf{B})$ dari (2.3) dapat didekati dengan pendekatan univariat yaitu :

$$\mathrm{X}\underset{\sim}{\beta} = \mathbf{M}\underset{\sim}{\mathrm{Y}}$$

$$\left[\mathbf{X}\underset{\sim}{\hat{\beta}}_1 \; \mathbf{X}\underset{\sim}{\hat{\beta}}_2 \; ... \; \mathbf{X}\underset{\sim}{\hat{\beta}}_q\right]^T = \left[\mathbf{M}\underset{\sim}{Y}_1 \; \mathbf{M}\underset{\sim}{Y}_2 \; ... \; \mathbf{M}\underset{\sim}{Y}_q\right]^T \tag{2.5}$$

dimana $\mathbf{M} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T$

dengan menggunakan sifat hasil kali *kroneker* diperoleh penaksir $Vec(\hat{\mathbf{B}})$ adalah :

$$Vec(\mathbf{Y}) = (\mathbf{I}_\mathrm{n} \otimes \mathbf{X})Vec(\hat{\mathbf{B}})$$

$$(\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{X})Vec(\hat{\mathbf{B}}) = (\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{X})Vec(\mathbf{Y})$$

$$Vec(\hat{\mathbf{B}}) = (\mathbf{I}_\mathrm{n} \otimes \mathbf{X})^{-1}(\mathbf{I}_\mathrm{n} \otimes \mathbf{X})Vec(\mathbf{Y})$$

$$= (\mathbf{I}_q \otimes (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T)Vec(\mathbf{Y}) \tag{2.6}$$

Ekspektasi dan varians dari $Vec(\mathbf{Y})$

$$E(Vec(\mathbf{Y})) = \mathrm{E}((\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{X})Vec(\mathbf{B}) + Vec(\mathbf{E})) = E(Vec(\mathbf{E}) = (\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{X})Vec(\mathbf{B})$$

$$Var(Vec(\mathbf{Y})) = Var(\mathrm{Vec}(\mathbf{E})) = \boldsymbol{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_\mathrm{n} \tag{2.7}$$

Dengan distribusi dari $Vec(\mathbf{Y})$ adalah $Vec(\mathbf{Y}) \sim N_{nq}((\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{X})\,\mathrm{Vec}(\mathbf{B}), \mathbf{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_\mathrm{n})$

Ekspektasi dan varians dari $Vec(\mathbf{B})$ adalah :

$$\begin{aligned} E(Vec(\hat{\mathbf{B}})) &= E\left(\left(\mathbf{I}_q \otimes (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\right)Vec(\mathbf{Y})\right) \\ &= \left(\mathbf{I}_q \otimes (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\right)E\left(Vec(\mathbf{Y})\right) \\ &= \left(\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{I}_{(p+1)}\right)Vec\left(\mathbf{B}\right) \\ &= Vec\left(\mathbf{B}\right) \end{aligned} \tag{2.8}$$

yang merupakan penaksir tak bias untuk $Vec\left(\mathbf{B}\right)$.

$$\begin{aligned} Var(Vec(\hat{\mathbf{B}})) &= Var\left(\left(\mathbf{I}_q \otimes (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\right)Vec(\mathbf{Y})\right) \\ &= \left(\mathbf{I}_q \otimes (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\right)Var\left(Vec(\mathbf{Y})\right)\left(\mathbf{I}_q \otimes (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\right)^T \\ &= \mathbf{\Sigma} \otimes (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1} \end{aligned} \tag{2.9}$$

distribusi dari $Vec(\hat{\mathbf{B}})$ adalah :

$Vec(\hat{\mathbf{B}}) \sim \mathrm{N}_{\mathrm{q(p+1)}}\left((Vec(\mathbf{B}), \mathbf{\Sigma} \otimes (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\right)$

Penaksir parameter $\mathbf{\Sigma}$ dapat diperoleh dengan menggunakan metode MLE :

$$L(\mathbf{B},\mathbf{\Sigma}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{nq}\,|\mathbf{\Sigma}|^{\frac{n}{2}}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(Vec(\mathbf{Y}) - \left((\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{X})Vec(\mathbf{B})\right)\right)^T \left(\mathbf{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_\mathrm{n}\right)^{-1}\left(Vec(\mathbf{Y}) - \left((\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{X})Vec(\mathbf{B})\right)\right)\right]$$

$$= (2\pi)^{-\frac{nq}{2}}\,|\mathbf{\Sigma}|^{-\frac{n}{2}}\exp\exp\left[-\frac{1}{2}\left(Vec(\mathbf{Y}) - \left((\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{X})Vec(\mathbf{B})\right)\right)^T \left(\mathbf{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_\mathrm{n}\right)^{-1}\left(Vec(\mathbf{Y}) - \left((\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{X})Vec(\mathbf{B})\right)\right)\right] \tag{2.10}$$

Dengan membuat ln persamaan (2.10) dan memisalkan $\underset{\sim}{\rho}_i$ yaitu vektor berdimensi $n \times 1$ dengan elemen ke-i adalah 1 dan yang lainnya nol maka :

$$\ln L(\mathbf{B},\boldsymbol{\Sigma}) = -\frac{nq}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln|\boldsymbol{\Sigma}| - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\Big(\big(Vec(\mathbf{Y}) - (\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{X})Vec(\mathbf{B})\big)\Big)^T$$
$$\times(\boldsymbol{\Sigma}\otimes\mathbf{I}_{\mathrm{n}})^{-1}\Big(Vec(\mathbf{Y}) - \big((\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{X})Vec(\mathbf{B})\big)\Big)$$

$$\ln L(\mathbf{B},\boldsymbol{\Sigma}) = -\frac{nq}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln|\boldsymbol{\Sigma}| - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\Big(\underset{\sim}{\rho}_i^T\left(\mathbf{Y} - (\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T)\mathbf{Y}\right)^T$$
$$\times(\boldsymbol{\Sigma}\otimes\mathbf{I}_{\mathrm{n}})^{-1}\left(\mathbf{Y} - (\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T)\mathbf{Y}\right)\underset{\sim}{\rho}_i\Big)$$
$$= -\frac{nq}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln|\boldsymbol{\Sigma}| - \frac{1}{2}tr\left[(\boldsymbol{\Sigma}\otimes\mathbf{I}_{\mathrm{n}})^{-1}\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}\right] \qquad (2.11)$$

Sehingga didapat penaksir $\boldsymbol{\Sigma}$ adalah :

$$\frac{\partial \ln L(\mathbf{B},\boldsymbol{\Sigma})}{\partial\sigma_{ij}} = -\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\ln|\boldsymbol{\Sigma}|\right)}{\partial\sigma_{ij}} - \frac{\partial\left(\frac{1}{2}tr\left[\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}\right]\right)}{\partial\sigma_{ij}} \qquad (2.12)$$

dengan :

$$\frac{\partial}{\partial\sigma_{ij}}\ln|\boldsymbol{\Sigma}| = tr\left[\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\frac{\partial\boldsymbol{\Sigma}}{\partial\sigma_{ij}}\right] = tr\left[\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{T}_{ij}\right]$$

$$\frac{\partial tr\left[\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}\right]}{\partial\sigma_{ij}} = tr\left[\frac{\partial}{\partial\sigma_{ij}}\left\{\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}\right\}\right]$$
$$= tr\left[\left(-\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{T}_{ij}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\right)\left(\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}\right)\right]$$

dan

$$\frac{\partial}{\partial\sigma_{ij}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1} = -\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\frac{\partial\boldsymbol{\Sigma}}{\partial\sigma_{ij}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}$$
$$= -\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{T}_{ij}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}$$

Persamaan (2.12) diubah menjadi :

$$\frac{\partial \ln L(\mathbf{B},\boldsymbol{\Sigma})}{\partial\sigma_{ij}} = -\frac{n}{2}tr\left[\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{T}_{ij}\right] + \frac{1}{2}tr\left[(\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{T}_{ij}\boldsymbol{\Sigma}^{-1})(\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}\right] = 0$$

$$ntr\left[\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{T}_{ij}\right] = tr\left[(\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{T}_{ij}\boldsymbol{\Sigma}^{-1})(\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}\right]$$

$$tr\left[\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{T}_{ij}\right] = tr\left[(\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{T}_{ij}\boldsymbol{\Sigma}^{-1})(\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}/n\right] \qquad (2.13)$$

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \frac{\left(\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}\right)}{n}$$

$\mathbf{T}_{ij}$ merupakan matriks simetris berukuran $q \times q$ yang mempunyai nilai 1 pada baris ke-i kolom ke-j dan baris ke-j kolom ke-i dan bernilai nol untuk yang lainya.

Untuk mendapatkan penaksir tak bias untuk $\mathbf{\Sigma}$ dengan cara mencari ekspektasi $\left(\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}\right)$ pada baris ke-i dan kolom ke-j dari sampel sebagai berikut :

$$
\begin{aligned}
E\left(\hat{\mathbf{\Sigma}}\right) &= \left(\mathbf{Y}_i^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}_j\right) \\
&= E\left[(\mathbf{Y}_i - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i)^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})(\mathbf{Y}_j - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_j)\right] \\
&= E\left\{tr\left[(\mathbf{Y}_i - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i)^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})(\mathbf{Y}_j - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_j)\right]\right\} \\
&= tr\left\{(\mathbf{I}-\mathbf{M})\,\mathrm{Cov}(\mathbf{Y}_j, \mathbf{Y}_i)\right\} \\
&= tr\left\{(\mathbf{I}-\mathbf{M})\sigma_{ij}\right\} \\
&= (\mathrm{n}-\mathrm{rank}(\mathbf{X}))\sigma_{ij} \\
&= \sigma_{ij}(\mathrm{n}-\mathrm{rank}(\mathbf{X})) \\
&= \sigma_{ij}\left\{\mathrm{n}-tr[\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T]\right\}
\end{aligned} \tag{2.14}
$$

Karena matriks $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ berukuran $(p+1)(p+1)$ maka:

$$
\begin{aligned}
E\left(\mathbf{Y}_i^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}_j\right) &= \sigma_{ij}\left\{\mathrm{n}-tr[\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T]\right\} \\
&= \sigma_{ij}\left\{n-tr(\mathbf{I}_{p+1})\right\} \\
&= \sigma_{ij}\left\{n-p-1\right\}
\end{aligned}
$$

$$
\sigma_{ij} = \frac{E\left(\mathbf{Y}_i^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}_j\right)}{\left(n-p-1\right)} \tag{2.15}
$$

dimana :

n adalah jumlah sampel

p adalah banyaknya parameter

SSPE (*sum square product error*) adalah :

$$
SSPE = \begin{bmatrix} SEE_1 & SE_1E_2 & \cdots & SE_1E_q \\ & SSE_2 & \cdots & SE_1E_q \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & SSE_q \end{bmatrix} \tag{2.16}
$$

dengan

$$
\begin{aligned}
SSE_h &= (\underset{\sim}{Y}_h - \mathbf{X}\hat{\underset{\sim}{\beta}}_h)^T(\underset{\sim}{Y}_h - \mathbf{X}\hat{\underset{\sim}{\beta}}_h) \\
&= \underset{\sim}{Y}_h^T\underset{\sim}{Y}_h - 2\underset{\sim}{Y}_h^T\mathbf{X}\hat{\underset{\sim}{\beta}}_h - \hat{\underset{\sim}{\beta}}_h^T\mathbf{X}^T\mathbf{X}\hat{\underset{\sim}{\beta}}_h \\
&= \underset{\sim}{Y}_h^T\underset{\sim}{Y}_h - \underset{\sim}{Y}_h^T\mathbf{M}\underset{\sim}{Y}_h \\
&= \underset{\sim}{Y}_h^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\underset{\sim}{Y}_h
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
SS_hE_{h*} &= (\underset{\sim}{Y}_h - \mathbf{X}\hat{\underset{\sim}{\beta}}_h)^T(\underset{\sim}{Y}_h - \mathbf{X}\hat{\underset{\sim}{\beta}}_{h*}) \\
&= \underset{\sim}{Y}_h^T\underset{\sim}{Y}_h - \underset{\sim}{Y}_h^T\mathbf{X}\hat{\underset{\sim}{\beta}}_{h*} - \hat{\underset{\sim}{\beta}}_h^T\mathbf{X}^T\underset{\sim}{Y}_{h*} + \hat{\underset{\sim}{\beta}}_h^T\mathbf{X}^T\mathbf{X}\hat{\underset{\sim}{\beta}}_{h*}^T \\
&= \underset{\sim}{Y}_h^T\underset{\sim}{Y}_h - \underset{\sim}{Y}_h^T\mathbf{M}\underset{\sim}{Y}_{h*} \qquad (2.17) \\
&= \underset{\sim}{Y}_h^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\underset{\sim}{Y}_{h*}
\end{aligned}
$$

Penaksir tak bias untuk $\mathbf{\Sigma}$ adalah $\mathbf{S}^*$ yaitu :

$$
\mathbf{S}^* = \frac{\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}}{(n-p-1)} \qquad (2.18)
$$

$$
\begin{aligned}
E(\mathbf{S}^*) &= \frac{1}{(n-p-1)}E\left(\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{M})\mathbf{Y}\right) \\
&= \frac{1}{(n-p-1)}\mathbf{\Sigma}\left(n-p-1\right) \\
&= \mathbf{\Sigma} \quad \text{(terbukti)}
\end{aligned}
$$

2.1.2 Uji Hipotesis

Pada model regresi multivariat pengujian hipotesis dapat dilakukan dengan menggunakan metode MLRT. Pengujian hipotesis dalam model regresi multivariat yang pertama dilakukan ialah pengujian hipotesis secara serentak dengan hipotesis sebagai berikut:

$\mathrm{H}_0 : \beta_{1h} = \beta_{2h} = ... = \beta_{ph} = 0 \quad h = 1, 2, ...q$

H_1 : minimal ada satu $\beta_{kh} \neq 0$, $k = 1, 2, ... p$ dan $h = 1, 2, ..., q$

Setelah membentuk hipotesis, maka langkah selanjutnya ialah menentukan statistik uji. Penentuan statistik uji dilakukan dengan membuat rasio $L(\hat{\omega})$ dengan $L(\hat{\Omega})$ yang disebut dengan statistik uji rasio *likelihood (Wilk's Lambda statistic).* Uji rasio *likelihood* dilakukan berdasarkan pada jumlah kuadrat *product regression*

(SSPT) yang dibagi dengan jumlah kuadrat *product error* (SSPE) dari model regresi multivariat, dimana nilai SSPR ditentukan dengan cara mengurangi jumlah kuadrat *product total* (SSPT) dengan SSPE yaitu:

$$
\begin{aligned}
\text{SSPR} &= \text{SSPT} - \text{SSPE} \\
&= (\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{H}_0)\mathbf{Y}) - (\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{H}_0)\mathbf{Y}) \\
&= (\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{H}_0)\mathbf{Y})
\end{aligned}
$$

dengan :

$$\mathrm{H}_0 = \mathbf{1}(\mathbf{1}^T\mathbf{1}) - \mathbf{1}\mathbf{1}^T = \mathbf{1}\tfrac{1}{n}\mathbf{1}^T = \tfrac{1}{n}\mathbf{1}\mathbf{1}^T = \tfrac{1}{n}\mathbf{J}$$

dimana $\mathbf{J}$ merupakan matiks berukuran $n \times n$ yang semua elemennya adalah 1. Sehingga diperoleh statistik uji untuk pengujian hipotesis secara serentak dalam model regresi multivariat sebagai berikut :

$$F = \frac{\dfrac{\left|\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{H}_0)\mathbf{Y}\right|}{tr((\mathbf{H}-\mathbf{H}_0))}}{\dfrac{\left|\mathbf{Y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{H})\mathbf{Y}\right|}{tr((\mathbf{I}-\mathbf{H}))}} \tag{2.19}$$

Dengan menggunakan tingkat signifikansi (α) maka keputusan yang diambil ialah H_0 ditolak jika nilai $F > F_{(tr((\mathbf{H}-\mathbf{H}_0)),tr((\mathbf{I}-\mathbf{H})))}$ atau dapat dikatakan minimal ada satu parameter mana saja yang signifikan mempengaruhi variabel respon, dengan hipotesis sebagai berikut :

$\mathrm{H}_0 : \beta_{kh} = 0$

$\mathrm{H}_1 : \beta_{kh} \neq 0$

Untuk $h = 1, 2, \ldots q$

Pengujian tingkat signifikansi parameter β_{kh} ialah dengan cara mencari penaksir β_{kh} yang berditribusi normal dengan rata-rata β_{kh} dan matriks varians-kovarians $\hat{\beta}_{kh}$ yaitu $(\hat{\mathbf{\Sigma}}_{\min} \otimes (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1})$ sehingga diperoleh:

$$\frac{\hat{\beta}_{kh} - \beta_{kh}}{SE(\hat{\beta}_{kh})} \sim t_{n-rank(\mathbf{X})}$$

Dengan nilai *standard error* (SE) dari $\hat{\beta}_{kh}$ adalah $SE(\hat{\beta}_{kh}) = \sqrt{l_{kk}}$, dimana l_{kk} adalah elemen diagonal ke $k+1$ dari matriks $(\hat{\mathbf{\Sigma}}_{\min} \otimes (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1})$.

Nilai SE dari $\hat{\beta}_{kh}$ digunakan untuk menguji tingkat signifikansi β_{kh} dengan statistik uji *t* dan bahwa H_0 untuk $\beta_{kh} = 0$ diperoleh :

$$t = \frac{\hat{\beta}_{kh}}{SE(\hat{\beta}_{kh})} \tag{2.20}$$

dibawah H_0, *t* akan mengikuti distribusi *t* dengan derajat bebas $(n - rank(\mathbf{X}))$ dengan menggunakan tingkat signifikansi (α) maka, keputusan yang diambil adalah H_0 ditolak jika nilai $\left| t_{hitung} \right| > t_{(\frac{\alpha}{2};(n-rank(\mathbf{X})))}$

2.1.3 Uji Korelasi Variabel Respon

Salah satu syarat apakah metode regresi multivariat layak untuk digunakan adalah dengan melihat apakah antar variabel respon saling berkorelasi. Untuk menguji apakah antar variabel respon berkorelasi, maka dilakukan pengujian dengan uji *Bartlett Sphericity* (Morrison, 2005).

H_o : Antar variabel respon bersifat *independent* atau $\mathbf{R} = \mathbf{I}$

H_1 : Antar variabel respon bersifat *dependent* atau $\mathbf{R} \neq \mathbf{I}$

Statistik uji : $\chi^2_{hitung} = -\left\{ n - 1 - \dfrac{2q+5}{6} \right\} \ln |\mathbf{R}|$

Gagal tolak Ho yang berarti antar variabel bersifat saling bebas jika nilai $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{\left(\alpha;\frac{1}{2}q(q-1)\right)}$. Jika hipotesis ini ditolak maka antar variabel respon saling berkorelasi sehingga metode analisis multivariat layak digunakan.

2.1.4 Uji Multikolinieritas

Dengan mengetahui adanya korelasi antara variabel prediktor dalam model regresi *multivariate* atau yang biasa disebut dengan multikolinieritas, akan menyebabkan *error* yang besar pada pendugaan parameter regresi multivariat. Uji multikolinieritas dapat diketahui melalui nilai koefisien korelasi *pearson* $\left(r_{ij}\right)$ antar variabel prediktor yang lebih besar dari 0,95. Selain itu adanya kasus multikolinieritas dapat juga diketahui melalui *Variance Inflation Factors (VIF)* yang bernilai lebih besar dari 10, dengan nilai VIF yang dinyatakan sebagai berikut.

$$VIF_j = \frac{1}{1-R_j^2} \tag{2.21}$$

R_j^2 adalah koefisien determinasi antara x_j dengan variabel prediktor lainnya. Jika terdapat kasus multikolineritas, maka variabel prediktor yang tidak signifikan tersebut dikeluarkan dari model.

2.4.5 Uji Normalitas Data Multivariat

Pemeriksaan distribusi normal multivariat dapat dilakukan dengan cara membuat q-q plot dari nilai d_i^2 (Johnson & Wichern, 2002).

Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

H_0 : vektor *error* berdistribusi normal multivariat

H_1 : vektor *error* tidak berdistribusi normal multivariat

$$d_i^2 = (\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_i - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}})^T S^{-1} (\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_\mathbf{i} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}), \qquad i = 1,2,...,n$$

dengan

$\hat{\varepsilon}_i$ = vektor *error* ke-*i*

$\bar{\varepsilon}$ = vektor *error* rata-rata setiap kolom

S^{-1} = invers matriks varian-kovarian

Kesimpulannya adalah gagal tolak H_0 atau data dikatakan berdistribusi normal multivariat jika ada sejumlah data yang memiliki nilai $d_i^2 \le \chi^2_{q,0,50}$ atau lebih dari 50%, dengan q adalah derajat bebas.

2.2 Model Regresi Linier Dengan Data Spasial

Mengacu pada Arbia (2006) bahwa untuk model Regresi linier dengan data spasial dapat menggunakan model *Conditional autoregression* (CAR) atau model *Simultanous autoregresion* (SAR). Pada penelitian ini digunakan model *Conditional autoregression* (CAR).

2.2.1 Model Univariat *Conditional Autoregression* (CAR)

Model *Conditional autoregression* (CAR) pertama kali diperkenalkan oleh Besag (1974), model ini telah secara dramatis dinikmati peningkatan penggunaannya hanya beberapa dekada belakangan ini, oleh karena kemudahan pengerjaannya dalam konteks Gibbs sampling dan lebih umum lagi metode Markov chain monte carlo (MCMC).

Diberikan $y_i \equiv (i\,\text{spasial area})$ dan $\mathbf{y} = (y_1, y_2, ..., y_n)^T$ yang merupakan *zero-centered*, mengikuti Besag (1974) model *Conditional autoregression* (CAR) jika memenuhi *full conditional* berikut:

$$y_i \mid y_j, j \neq i \sim N\left(\sum_{j=1}^{n} b_{ij} y_j, \tau_i^2\right), \text{ dimana } i = 1,....,n \tag{2.22}$$

Dimana $E(y_i) = \sum_{j=1}^{n} b_{ij} y_j$ dan τ_i^2 adalah varians *conditional,* b_{ij} adalah konstan dimana $b_{ii} = 0$.

Persamaan (2.22) adalah *full conditional* yang kompitebel, sehingga dengan menggunakan lemma Brook (Brook, 1964) dapat ditemukan join distribusi $\mathbf{y}$ sebagai berikut

$$p(y_1, ..., y_n) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{y}' D^{-1}(I - B)\mathbf{y}\right) \tag{2.23}$$

Dimana $B = b_{ij}$ dan D merupakan diagonal dengan $D_{ii} = \tau_i^2$. Persamaan (2.23) mengusulkan suatu join distirubusi normal multivariat untuk **Y** dengan mean **0** dan matriks varians $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{y}} = (I - B)^{-1} D$.

Dalam kasus ini perlu ditekankan bahwa $D^{-1}(I - B)$ adalah simetrik sehingga menghasilkan kondisi

$$\frac{b_{ij}}{\tau_i^2} = \frac{b_{ji}}{\tau_j^2} \text{ untuk semua } j \text{ dan } i = 1,..., N \tag{2.24}$$

Secara langsung dari persamaan (2.24) , B tidak membutuhkan simetrik. Kembali pada matriks pembobot W , misalkan $b_{ij} = w_{ij} / w_{i+}$ dan $\tau_i^2 = \tau^2 / w_{i+}$. maka persamaan (2.23) adalah terpenuhi dan (2.24) menghasilkan persamaan berikut

$$p(y_i \mid y_j, j \neq i) \sim \mathrm{N}\left(\sum_{j=1}^{n} w_{ij} y_j / w_{i+}, \tau^2 / w_{i+}\right)$$

Persamaan (2.22) juga dapat ditulis

$$p(y_1,...,y_n) \propto \exp\left(-\frac{1}{2\tau^2}\mathbf{y}^T(D_w - W)\mathbf{y}\right) \tag{2.25}$$

Dimana D_w adalah diagonal dengan $(D_w)_{ii}=w_{i+}$.

Selanjutnya adalah bahwa $(D_w - B)\mathbf{1} = \mathbf{0}$, misalkan jika $\mathbf{\Sigma}_y^{-1}$ adalah matriks yang singular, sehingga $\mathbf{\Sigma}_y$ adalah tidak ada dan distribusi dari (2.23) adalah improper. Dengan sedikit aljabar persamaan (2.25) dapat ditulis

$$p(y_1,...,y_n) \propto \exp\left\{-\frac{1}{2\tau^2}\sum_{j=1}^{n} w_{ij}(y_i - y_j)^2\right\} \tag{2.26}$$

Persamaan (2.24) adalah persamaan yang improper, sehingga dapat menambahkan suatu konstan pada semua y_i dan persamaan (2.26) menjadi tidak efektif. y_i tidak *centered* . Dengan adanya pembatasan sedemikian sehingga $\sum_{i=1}^{n} Y_i = 0$ akan menyediakan *centered* . Diperoleh ilustrasi umum dari join distribusi improper, akan tetapi memiliki full conditional yang proper. Spesifikasi pada persamaan (2.25) atau (2.26) sering disebut dengan model *intrinsically autoregresion* (IAR).

Sebagai hasil, *p(***y***)* dalam persamaan (2.24) tidak dapat digunakan sebagai model untuk analisis data. Data tidak dapat muncul dari mekanisme stokastik improper. Dan tidak dapat dipakssakan suatu konstan *centered* secara random pengukuran. Karena menggunakan model autonormal improper harus didegradasi pada suatu spesifikasi distribusi prior. Bahwa hal ini akan diperlakukan sebagai efek spasial random. Kasus improper pada (2.24) dapat diberikan solusi dalam suatu pengamatan. Di definisikan kembali $\mathbf{\Sigma}_\mathbf{y}^{-1} = D_w - \rho W$ dan dekat dengan ρ untuk membuat $\mathbf{\Sigma}_\mathbf{y}^{-1}$ menjadi nonsingular. Hal ini menjadi jaminan jika $\rho \in (1/\lambda_{(1)}, 1/\lambda_{(n)})$, dimana $\lambda_{(1)} < \lambda_{(2)} < ... < \lambda_{(\mathrm{n})}$ adalah urutan dari nilai eigen dari $D_w^{-1/2} W D_w^{-1/2}$. Lebih lanjut karena $tr(D_w^{-1/2} W D_w^{-1/2}) = 0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{(i)}, \lambda_{(1)} < 0, \lambda_{(\mathrm{n})} > 0$ dan 0 anggota dari $(1/\lambda_{(1)}, 1/\lambda_{(n)})$.

Batasan sederhana dari ini yang diberikan diatas untuk parameter ρ, mungkin dapat diperoleh, jika menempatkan matriks pembobot W dengan skala matriks pembobot $\tilde{W} \equiv Diag(1/w_{i+})\text{W}$ dan bahwa $\tilde{W}$ adalah tidak simetris. Tetapi merupakan statistik baris (karena karena jumlah keseluruhan baris adalah 1) . $\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{y}}^{-1}$ dapat ditulis $M^{-1}(I-\alpha\tilde{W})$ dimana M adalah diagonal. Maka jika $|\alpha|<1$ dan $I-\alpha\tilde{W}$ adalah non singular. Carlin dan Banerjee (2003) menunjukkan bahwa $\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{y}}^{-1}$ adalah dominan diagonal dan simetrik. Akan tetapi matriks diagonal dominan adalah positif definit Harville (1997).

2.2.2 Model *Multivariate Conditional Autoregression* (MCAR)

Diberikan vektor variabel random $\phi^T = (\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_n)$ dimana setiap $\phi_i = (\phi_{i1}, \phi_{i2}, \ldots, \phi_{ip})^T$ berukuran $p\times 1$. Kebanyakan model Model MCAR adalah *family* yang dikembangkan oleh Mardia (1988). Analogi pada kasus univariat, *joint distribution* berasal dari *full conditional distributions*. Berdasarkan asumsi *Marcove random field* (MRF), maka dapat dispesifikasi *conditional distribution* sebagai berikut.

$$\phi_i \mid \phi_j, \mathbf{\Sigma}_i \sim N\left(\Sigma B_{ij}\phi_j, \mathbf{\Sigma}_i\right),\ j \neq i, i = 1,\ldots,n \tag{2.27}$$

dimana $\mathbf{\Sigma}_i$ dan B_{ij} adalah matriks dengan ukuran $p\times p$. Mardia (1988) membuktikan, dengan menggunakan analogi multivariat Lemma Brook, *full conditional distributions* pada persamaan (2.27) menghasilkan *joint conditional distributions*

$$p(\phi \mid \{\mathbf{\Sigma}_i\}) \propto \exp\left\{-\frac{1}{2}\phi^T \mathbf{\Sigma}^{-1}(I - \tilde{B})\phi\right\} \tag{2.28}$$

dimana $\mathbf{\Sigma}$ adalah diagonal blok dengan blok ke i adalah $\mathbf{\Sigma}_i$ dan $\tilde{B}$ adalah matriks berukuran $np\times np$ dengan blok ke (i,j) adalah B_{ij}.

Seperti pada kasus univariat, kesimetrian $\mathbf{\Sigma}^{-1}(I-\tilde{B})$ yang merupakan suatu persyaratan. contoh kasus sederhana jika himpunan $B_{ij} = b_{ij} I_{p\times p}$ menghasilkan kondisi simetri $b_{ij}\Sigma_j = b_{ij}\Sigma_i$ dianalogikan pada (2.24), mengambil $b_{ij} = w_{ij}/w_{i+}$ and $\mathbf{\Sigma}_i = w_{i+}^{-1}\mathbf{\Sigma}$, maka *symmetry condition* terpenuhi.

Dengan menggunakan notasi *Kronecker product* untuk menyederhanakan bentuk $\tilde{B} = B \otimes I$ dengan B seperti pada persamaan (2.24) dan $\mathbf{\Sigma} = D_W^{-1} \otimes \mathbf{\Sigma}$ sehingga,

$$\mathbf{\Sigma}^{-1}(I - \tilde{B}) = (D_W \otimes \mathbf{\Sigma}^{-1})(I - B \otimes I) = (D_W - W) \otimes \mathbf{\Sigma}^{-1}$$

Sekali lagi, singularitas $D_W - W$ menunjukkan bahwa $\mathbf{\Sigma}^{-1}(I - \tilde{B})$ adalah singular. Sehingga dinotasikan distribusi ini dengan $MCAR(1, \mathbf{\Sigma})$.

Untuk mengatasi kasus *impropriety,* Mardia (1988) menggusulkan menulis kembali model (2.28) sebagai berikut :

$$p(\phi_i \mid \phi_j, \mathbf{\Sigma}_i) \sim N\left(R_i \sum_{j=1} B_{ij}, \mathbf{\Sigma}_i^{-1} \right),\ j \neq i \text{ dan } i, j = 1, \ldots, n$$

dimana R_i adalah matriks berukuran $p \times p$, sekarang bentuk $\mathbf{\Sigma}^{-1}(I - \tilde{B})$ dirubah menjadi $\mathbf{\Sigma}^{-1}(I - \tilde{B}_R)$ dimana $\tilde{B}_R$ memiliki blok ke (i, j) adalah $R_i \tilde{B}_{ij}$. Secara umum kondisi semetri menjadi

$$(\Sigma_i^{-1} R_i B_{ij})^T = \Sigma_j^{-1} R_j B_{ji} \text{ atau } \Sigma_j B_{ij}^T R_i^T = R_j B_{ji} \Sigma_i$$

Lihat Mardia, (1988) persamaan (2.4). sebagai tambahan jika $\mathbf{\Sigma}^{-1}(I - \tilde{B}_R)$ adalah positif definit, maka distribusi *conditional* secara unik detentukan dengan *joint distribution*

$$\phi \sim N\left(\mathbf{0}, \left[\Sigma\left(I - \tilde{B}_R\right)\right]^{-1}\right) \tag{2.29}$$

kemudian jika $B_{ij} = b_{ij} I_{p \times p}$ dan $b_{ij} = w_{ij} / w_{i+}$, maka kondisi simetri disederhanakan menjadi

$$w_{j+} \mathbf{\Sigma}_j R_i^T = w_{i+} R_j \mathbf{\Sigma}_i \tag{2.30}$$

Akhirnya jika dalam tambahan ditentukan $\mathbf{\Sigma}_i = w_{i+}^{-1} \mathbf{\Lambda}$, maka akan diperoleh $\mathbf{\Lambda} R_i^T = R_j \mathbf{\Lambda}$ yang menyatakan bahwa $R_i = R_j = R$ yang menghasilkan

$$\mathbf{\Lambda} R^T = R \mathbf{\Lambda} \tag{2.31}$$

Untuk sebarang positif definit Λ, suatu solusi generik untuk persamaan (2.31) adalah $R = \rho \Lambda^t$. Karena tampa memperhatikan *t*, persamaan (2.31) memperkenalkan total $\binom{p+1}{2}+1$ parameter. Dengan tampa kehilangan keumuman, ditentukan *t=0*, karena $R=\rho I$. perhitungan di atas menghasilkan

$$\Sigma_{\phi}^{-1}=\Sigma^{-1}\left(I-\tilde{B}_R\right)=\left(D-\rho W\right)\otimes\Lambda^{-1} \tag{2.32}$$

dimana Σ adalah matriks varians-kovarians berukuran $np\times np$ dari ϕ . sehingga Σ memiliki struktur separabel dan nonsingular terhadap batasan yang sama untuk ρ seperti pada kasus univariat. Maka distribusi model MCAR adalah sebagai berikut

$$\phi\sim N\left(0,\left[(D-\rho W)\otimes\Lambda\right]^{-1}\right) \tag{2.33}$$

Perhitungan invers matriks kovarians diperoleh dengan cara dekomposisi spektral Mengacu pada Gelfand dan Vounatsou (2003). Diberikan $D_W^{-1}WD_W^{-1/2}=Q\Delta Q^T$ dimana $\boldsymbol{\Delta}$ adalah diagonal dengan elemen λ_i yang merupakan nilai eigen dari $D_W^{-1}WD_W^{-1/2}$ dan Q adalah ortogonal. maka, jika $T_{\rho j}=D_W-\rho_j W$ sehingga dapat dibuktikan bahwa $T_{pj}=D_W^{1/2}Q\boldsymbol{\Omega}_j Q^T D_W^{1/2}$ dimana $\boldsymbol{\Omega}_j$ adalah diagonal dengan $(\boldsymbol{\Omega})_{ii}=1-\rho_j\lambda_i$ juga, $T_{\rho j}=A_jA_j^T$ dimana $A_j=D_W^{1/2}Q\boldsymbol{\Omega}_j^{1/2}Q^T$ Catatan bahwa A_j^{-1} ada jika $\boldsymbol{\Omega}_j^{-1/2}$ ada. Tetapi jika ρ_j batasan awal $\rho_j\in(\lambda_{\min}^{-1},\lambda_{\max}^{-1})$, then $1-\rho_j\lambda_i>0$ untuk setiap i sehingga $\boldsymbol{\Omega}_j^{-1/2}$ ada. Selanjutnya dibarikan $G_j=A_1A_j^{-1}$, $j=1,\ldots,p$, dan G merupakan diagonal blok dengan blok $G_1,\ldots,G_p$. G jelas *full rank* disediakan setiap ρ_j memenuhi kondisi nilai eigen sebelumnya. Maka mudah untuk perhitungan

$$G^{-1}(\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\otimes T_{\rho 1})(G^{-1})^T=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}T_{\rho 1} & \boldsymbol{\Sigma}_{12}^{-1}A_1A_2^T & \cdots & \boldsymbol{\Sigma}_{12}^{-1}A_1A_p^T\\ \boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1}A_2A_1^T & \boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1}T_{\rho 2} & \cdots & \boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1}A_2A_p^T\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \boldsymbol{\Sigma}_{p1}^{-1}A_pA_1^T & \boldsymbol{\Sigma}_{p2}^{-1}A_pA_2^T & \cdots & \boldsymbol{\Sigma}_{pp}^{-1}T_{\rho p}\end{bmatrix} \tag{2.34}$$

Matriks pada persamaan (2.32) adalah positive definite dan merupakan invers matrix kovarians

Dihungungkan dengan $\boldsymbol{\Psi}=G\phi^T$ dimana ϕ memiliki inverse matriks kovarians pada persamaan (10) pada $\rho=\rho_1$, akhirnya, distribusi dari $\boldsymbol{\Psi}=(\boldsymbol{\Psi}_1,\ldots,\boldsymbol{\Psi}_n)$

dimana $\mathbf{\Psi}_i$ adalah vektor $p \times 1$, dengan $\mathbf{\Psi} = P^T \mathbf{\Psi}^T = P^T G \phi' = P^T G P \phi$ menyediakan suatu spesifikasi Multivariat CAR yang dinotasikan dengan $MCAR(\rho, \mathbf{\Sigma})$.

2.2.3 Pembobot Spasial

Konsep penyajian yang dapat berguna dalam eksplorasi awal data satuan area. Konsep utama di sini adalah matriks proksimiti (kedekatan), W. Dimana pengukuran terhadap veriabel respon $Y_1, ..., Y_n$ terkait dengan unit area 1, 2, ..., n, element w_{ij} di dalam matriks W menghubungkan unit i dan j dalam beberapa model. element dari matriks W adalah termasuk pilihan biner, yaitu, $w_{ij} = 1$ jka i dan j bersinggungan atau berbatasan. Atau, w_{ij} bisa mencerminkan "jarak" antara unit. Tapi jarak dapat kembali ke bentuk biner. Sebagai contoh, $w_{ij} = 1$ untuk semua i dan j dalam jarak yang telah ditetapkan, maka untuk mendapatkan $w_{ij} = 1$ jika j adalah salah K terdekat (di jarak) tetangga (*neighbor*). Pilihan sebelumnya menunjukkan bahwa W akan simetris. Namun, untuk unit area yang tidak teratur, contoh terakhir ini menyediakan pengaturan di mana ini tidak perlu terjadi. Bentuk w_{ij} yang distandarisasi adalah $\sum_{j=1}^{n} w_{ij} = w_{i+}$. Jika $\tilde{W}$ memiliki elemen $\tilde{w}_{ij} = \frac{w_{ij}}{w_{i+}}$, maka $\tilde{W}$ adalah stochastic baris, yaitu, jka $\tilde{W}\mathbf{1} = \mathbf{1}$ (Banerjee, Carlin , dan Gelfand, 2005).

Ada beberapa metode untuk mendefinisikan hubungan persinggungan (*contiguity*) antara *region* tersebut. Menurut (LeSage, dkk, 2009), metode itu antara lain sebagai berikut :

1. *Linier Contiguity* (Persinggungan tepi) ; mendefinisikan $w_{ij} = 1$ untuk *region* yang berada di tepi (*edge*) kiri maupun kanan *region* yang menjadi perhatian, $w_{ij} = 0$ untuk *region* yang lain.
2. *Rook Contiguity* (Persinggungan sisi); mendefinisikan $w_{ij} = 1$ untuk *region* yang bersisian (*common side*) dengan *region* yang menjadi perhatian, $w_{ij} = 1$ untuk *region* yang lain.

3. *Bhisop Contiguity* (Persinggungan sudut); mendefinisikan $w_{ij} = 1$ untuk *region* yang titik sudutnya (*common vertex*) bertemu dengan sudut *region* yang menjadi perhatian, $w_{ij} = 0$ untuk *region* yang lain.
4. *Double linier contiguity* (Persinggungan dua tepi) mendefinisikan $w_{ij} = 1$ untuk dua *entity* yang berada di sisi (*edge*) kiri dan kanan *region* yang menjadi perhatian, $w_{ij} = 0$ untuk *region* yang lain.
5. *Double rook contiguity* (persinggungan dua sisi); mendefinisikan $w_{ij} = 1$ untuk dua *entity* di kiri, kanan, utara dan selatan *region* yang menjadi perhatian, $w_{ij} = 0$ untuk *region* yang lain.
6. *Queen contiguity* (persinggungan sisi-sudut); mendefinisikan $w_{ij} = 1$ untuk *entity* yang bersisian (*common side*) atau titik sudutnya (*common vertex*) bertemu dengan *region* yang menjadi perhatian, $w_{ij} = 0$ untuk *region* yang lain.

2.3 Metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC)

Saat ini aplikasi standar Bayesian beralih ke Metode *Markov Chain Monte Carlo*. Metode ini beroperasi dengan urutan sampel nilai parameter dari rantai (*Chain*) Markov yang distribusinya stasioner persis distribusi join posterior dinginkan.

2.3.1 Gibbs Sampler

Misalkan dimiliki model sebanyak *k* parameter, $\theta = (\theta_1, ..., \theta_k)'$. untuk mengimplementasikan Gibbs sampler, maka harus diasumsikan bahwa sampel dapat dibangkitkan dari distribusi *full (complete) conditional* $\{p(\theta \mid \theta_{j \neq i}, \mathbf{y}), i = 1, ..., k\}$ dalam model. Sampel tersebut mungkin tersedia langsung atau tidak langsung. Dalam kasus terakhir ini dua alternatif populer adalah *adaptive rejection sampling* (ARS) algoritma Gilks dan Wild (1992) dan and algoritma Metropolis. koleksi distribusi bersyarat penuh unik menentukan bersama distribusi posterior $p(\theta \mid y)$, dan karenanya semua distribusi posterior marginal $p(\theta \mid y), i = 1, ..., k$

Diberikan sebarang himpunan dari nilai awal $\{\theta_2^{(0)},...,\theta_k^{(0)}\}$ algoritma dari proses ini sebagai berikut:

Gibbs sampler : Untuk ($t = 1,...,T$), pengulangan :

Step 1 : Menentukan $\theta_1^{(t)}$ dari $p(\theta_1 \mid \theta_2^{(t-1)}, \theta_3^{(t-1)},...,\theta_k^{(t-1)}, \mathbf{y})$

Step 2 : menentukan $\theta_2^{(t)}$ dari $p(\theta_2 \mid \theta_1^{(t-1)}, \theta_3^{(t-1)},...,\theta_k^{(t-1)}, \mathbf{y})$

...

Step k : menentukan $\theta_k^{(t)}$ dari $p(\theta_k \mid \theta_1^{(t-1)}, \theta_2^{(t-1)},...,\theta_{k-1}^{(t-1)}, \mathbf{y})$

Dalam kondisi peraturan ringan yang umumnya memenuhi kebanyakan model statistik (Geman and Geman, 1984). Seseorang dapat menunjukkan bahwa k-perulangan diperoleh pada iterasi *t,* $(\theta_1^{(t)},...,\theta_k^{(t)})$, konvergen dalam distribusi pada suatu gambaran dari distribusi joint posterior yang benar $p(\theta_1,...,\theta_k \mid \mathbf{y})$, ini berarti bahwa untuk *t* cukup besar (katakan lebih besar dari t_0), $\{\theta^{(t)}, t = t_0 + 1,...,T\}$ adalah suatu (korelasi) sampel dari posterior. Dimana terdapat posterior jumlah kepentingan yang diestimasi. Contohnya, suatu histogram dari $\{\theta_i^{(t)}, t = t_0 + 1,...,T\}$ sendiri menyediakan estimator simulasi-konsisten dari distribusi posterior marjinal untuk $\theta_i, p(\theta_i \mid \mathbf{y})$.

2.3.2 Algoritma Metropolis-Hasting

Gibbs sampler mudah untuk dimengerti dan diimplementasikan, tetapi menyaratkan kemampuan untuk membaca sampel dari setiap distribusi *full conditional,* $p(\theta_i \mid \boldsymbol{\theta}_{j \neq i}, \mathbf{y})$. Sayangnya, ketika distribusi prior $p(\boldsymbol{\theta})$ dan *likelihood* $f(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\theta})$ tidak *conjugate*. Satu atau lebih *full conditional* mungkin tidak akan ada yang *close-form* . pun dalam pemodelan, namun $p(\theta_i \mid \boldsymbol{\theta}_{j \neq i}, \mathbf{y})$ akan tersedia hingga konstan proporsionalitas, karena sebanding dengan porsi $f(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\theta}) \times p(\boldsymbol{\theta})$ yang melibatkan θ_i

Seperti yang disebutkan di atas tujuan utama dari algoritma Metropolis adalah membangkitkan dari (tipikal univariat) *full conditional*, yang sangat mudah dijelaskan untuk full conditional vektor θ multivariat. Jadi, misalkan untuk sekarang ingin diperoleh dari distribusi join posterior $p(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{y}) \propto h(\boldsymbol{\theta}) \equiv f(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\theta}) p(\boldsymbol{\theta})$, maka dimulai dengan spesifikasi densitas kansidat $q(\boldsymbol{\theta}^* \mid \boldsymbol{\theta}^{(t-1)})$ bahwa suatu fungsi densitas yang valid untuk setiap kemungkinan nilai dari variabel *conditioning* $\boldsymbol{\theta}^{(t-1)}$, dan memenuhi $q(\boldsymbol{\theta}^* \mid \boldsymbol{\theta}^{(t-1)}) = q(\boldsymbol{\theta}^{(t-1)} \mid \boldsymbol{\theta}^*)$ misalkan q simetrik dalam argumennya. Diberikan suatu satrting nilai $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$ pada iterasi $t = 0$.

Algoritma Hasting Metropolis Untuk $(t \in 1:T)$, pengulangan :

1. Mendapatkan $\boldsymbol{\theta}^*$ dari $q(. \mid \theta^{(t-1)})$
2. Menghitung rasio $r = h(\theta^*) / h(\theta^{(t-1)}) = \exp[\log h(\boldsymbol{\theta}^*) - \log h(\boldsymbol{\theta}^{(t-1)})]$
3. Jika $r \geq 1$, himpunan $\boldsymbol{\theta}^{(t)} = \boldsymbol{\theta}^*$;

   $$\text{Jika } r \leq 1, \text{ himpunan } \theta^{(t)} = \begin{cases} \boldsymbol{\theta}^* \text{ dengan peluang } r \\ \boldsymbol{\theta}^{(t-1)} \text{ dengan peluang } 1 - r \end{cases}$$

Kemudian di bawah umumnya kondisi yang ringan sama seperti yang mendukung sampler Gibbs, mendapatkan $\boldsymbol{\theta}^{(t)}$ konvergen dalam distribusi untuk menentukan dari densitas posterir yang benar $p(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{y})$. Namun perlu dicatat bahwa ketika algoritma Metropolis (atau algoritma Metropolis-Hastings bawah) digunakan untuk memperbarui sampler Gibbs, hal ini tidak akan pernah melakukan sampel dari *full conditional distribution* . Konvergensi menggunakan langkah Metropolis, maka, akan diharapkan untuk menjadi lebih lambat dari yang untuk Gibbs sampler biasa

2.4 Otonomi Daerah

Berdasarkan Undang-Undang nomor 32 tahun 2004 tentang Pemerintahan Daerah. Otonomi daerah adalah hak, wewenang, dan kewajiban daerah otonom untuk mengatur dan mengurus sendiri urusan pemerintahan dan kepentingan masyarakat setempat sesuai dengan peraturan perundang-undangan. Otonomi Daerah menurut Saleh (2005), adalah: "Hak mengatur dan memerintah daerah sendiri dimana hak tersebut merupakan hak yang diperoleh dari pemerintah pusat." Bahwa dengan kebebasan yang dimiliki pemerintah daerah memungkinkan untuk membuat inisiatif sendiri, mengelola dan mengoptimalkan sumberdaya daerah.

Adanya kebebasan untuk berinisiatif merupakan suatu dasar pemberian otonomi daerah. Karena dasar pemberian otonomi daerah adalah dapat berbuat sesuai dengan kebutuhan setempat. Pelaksanaan otonomi daerah merupakan titik fokus yang penting dalam rangka memperbaiki kesejahteraan rakyat. Pengembangan suatu daerah dapat disesuaikan oleh pemerintah daerah dengan potensi dan kekhasan daerah masing-masing. Dengan otonomi daerah, Pemerintah Pusat mendelegasikan kewenangannya kepada pemerintah daerah, kecuali enam kewenangan absolut (Urusan hubungan luar negeri, pertahanan, keamanan, fiskal dan moneter, peradilan, dan agama).

Otonomi daerah diberlakukan di Indonesia melalui Undang-Undang Nomor 22 Tahun 1999 tentang Pemerintahan Daerah (Lembaran Negara Republik Indonesia Tahun 1999 Nomor 60, Tambahan Lembaran Negara Republik Indonesia Nomor 3839). Pada tahun 2004, Undang-Undang Nomor 22 Tahun 1999 tentang Pemerintahan Daerah dianggap tidak sesuai lagi dengan perkembangan keadaan, ketatanegaraan, dan tuntutan penyelenggaraan otonomi daerah sehingga digantikan dengan Undang-Undang Nomor 32 Tahun 2004 tentang Pemerintahan Daerah (Lembaran Negara Republik Indonesia Tahun 2004 Nomor 125, Tambahan Lembaran Negara Republik Indonesia Nomor 4437). Selanjutnya, Undang-Undang Nomor 32 Tahun 2004 tentang Pemerintahan Daerah hingga saat ini telah mengalami beberapa kali perubahan, terakhir kali dengan Undang-Undang Nomor 12 Tahun 2008 tentang Perubahan Kedua atas Undang-Undang Nomor 32 Tahun 2004 tentang Pemerintahan Daerah (Lembaran Negara Republik Indonesia Tahun 2008 Nomor 59, Tambahan Lembaran Negara Republik Indonesia Nomor 4844).

2.4.1 Tingkat Pengguran Terbuka

Secara umum konsep pengangguran terbuka dapat dikelompokkan menjadi dua, yaitu pengguran yang pernah bekerja(memiliki pengalaman bekerja) dan pengangguran yang tidak pernah bekerja sebelumnya. Indikator tingkat pengguran terbuka (TPT) sering digunakan pemerintah dalam menilai keberhasilan kinerja di bidang ketenagakerjaan. Tingkat pengangguran terbuka adalah orang yang masuk dalam angkatan kerja (15 sampai 64 tahun) yang sedang mencari pekerjaan, menyiapkan usaha dan mereka yang sudah diterima bekerja tapi belum memulai bekerja.

Untuk mengukur tingakat pengangguran terbuka pada suatu wilayah bisa didapat dengan persentase membagi jumlah pengangguran dengan jumlah angkatan kerja.

$$\text{tingkat penganguran terbuka} = \frac{\text{jumlah yang menggur}}{\text{jumlah angkatan kerja}} \times 1000$$

Penelitan terhadap tingkat pengguran terbuka yang dilakukan oleh Santoso (2009) melakukan pengelompokan faktor – faktor yang mempengaruhi tingkat pengangguran terbuka di Jawa Timur menggunakan MARS, hasil penelitian tersebut menyebutkan bahwa persentase angkatan kerja berpendidikan SMA ke atas, tingkat kesempatan kerja, laju pertumbuhan ekonomi daerah, dan laju pertumbuhan penduduk merupakan variabel yang berpengaruh signifikan.

2.4.2 Pertumbuhan Ekonomi

Di bidang pembangunan ekonomi, salah satu indikator untuk mengetahui kondisi perekonomian secara makro adalah data produk domestik regional bruto (PDRB). Terdapat dua jenis penilaian produk domestik regional bruto (PDRB). Yaitu atas dasar harga berlaku dan atas dasar harga konstan. Menurut BPS bahwa untuk melihat pertumbuhan ekonomi Jawa Timur dapat dilihat dari PDRB atas dasar harga konstan, karena pertumbuhan ekonomi ini benar-benar diakibatkan oleh perubahan jumlah barang dan jasa yang sudah bebas dari pengaruh harga.

Rumus untuk menghitung pertumbuhan PDRB :

$$\frac{\text{PDRB}_{(t+1)}\text{-PDRB}_{t}}{\text{PDRB}_{(t)}} \times 100\%$$

dimana :

t+1 = tahun pengamatan PDRB

t = tahun pengamatan PDRB sebelumnya

Kemudian menurut BAPENAS model ekonometrika dari sembilan sektor PDRB dipengaruhi oleh laju inflasi, upah sektor pertanian, jumlah tenaga kerja, pengeluaran untuk belanja pegawai, pengluaran untuk belanja barang dan jasa, dan pengeluaran untuk belanja modal.

2.4.3 Persentase Kemiskinan

Sen (1983) memperkenalkan konsep kemiskinan sebagai kemampuan seseorang (*person's capabilities*), yaitu seseorang yang seharusnya memiliki sumberdaya yang memadai atau menjalankan suatu fungsi sebagai manusia dalam hidup bermasyarakat (Hasbullah, 2013). Sehingga kondisi kemiskinan timbul jika masyarakat tidak memiliki kemampuan utama, tidak punya penghasilan atau pendidikan yang memadai, memiliki kualitas kesehatan yang buruk, merasa tidak aman, kepercayaan diri yang rendah atau perasaan tidak berdaya serta tidak memiliki hak seperti kebebasan berbicara (Haughton dan Khanderker, 2009).

Menurut Badan Pusat Statistik (BPS), tingakat kemiskinan didasarkan pada jumlah rupiah konsumsi berupa makanan yaitu 2100 kalori per orang per hari. Karena 2100 kalori merupakan ukuran dari berkecukupan maka ukuran tersebut berlaku untuk semua umur, jenis kelamin dan perkiraan tingkat kegiatan fisik, berat badan, serta perkiraan status fisiologis penduduk, ukuran ini sering disebut dengan garis kemiskinan. Persentase penduduk di atas garis kemiskinan dihitung dengan mengunakan formula (100-angka kemiskinan). Angka kemiskina adalah persentase penduduk yang masuk kategori miskin terhadap jumlah penduduk. Penduduk miskin dihitung berdasarkan garis kemiskinan. Garis kemiskinan adalah nilai rupiah pengeluaran perkapita setiap bulan untuk memenuhi standar minimum kebutuhan-kebutuhan konsumsi pangan dan non-pangan yang dibutuhkan oleh individu untuk hidup layak.

Kajian tentang kemiskinan dilakukan oleh. Djuariadah, A dan Wigena, A.H(2012) meneliti faktor-faktor yang mempengaruhi kemiskin di Jawa Timur, Wulandari dan Budiantara (2014) melakukan analisis faktor-faktor yang mempengaruhi persentase penduduk miskin dan pengeluaran perkapita makanan di Jawa Timur. Diperoleh faktor-faktor yang mempengaruhi kemiskinan adalah persentase penduduk yang menggunakan air minum yang tidak berasal dari air mineral, persentase penduduk yang tidak tamat Sekolah Dasar (SD), persentase penduduk yang menempati rumah dengan kategori sehat yaitu dengan luas lantai lebih dari 8 m2.

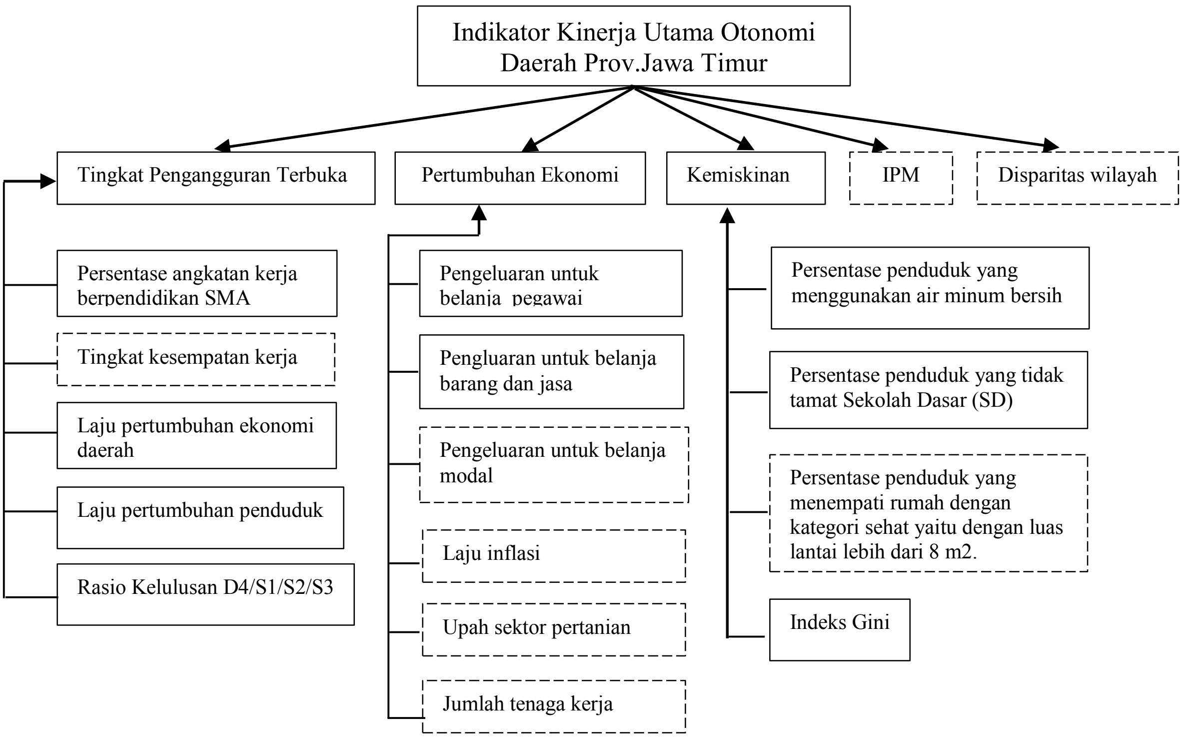
BAB 3
METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang mengacu pada hasil Pengukuran Kinerja Rencana Pembangunan Jangka Menengah Daerah (RPJMD) 2009-2014 tahun 2012 kerja sama Pemerintah Provinsi Jawa Timur dan Badan Pusat Statistik Jawa Timur, hasil Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas) di provinsi Jawa Timur tahun 2010, Hasil Survei Angkatan Kerja Nasional (Sarkernas) di provinsi Jawa Timur tahun 2012, selain itu digunakan peta provinsi Jawa Timur yang merupakan hasil dari Pemetaan SP2010.

3.2 Kerangka Konsep

Berdasarkan pada uraian Bab 2 dapat disimpulkan kerangka konsep variabel yang digunakan dalam penelitian ini, sebagai berikut:



Gambar 3.1 Kerangak Konsep Variabel Penelitian

Ket : variabel yang digunakan dalam penelitian.

variabel yang tidak digunakan

3.3 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan
Y_1	Tingkat pengangguran terbuka
Y_2	Pertumbuhan ekonomi
Y_3	Persentase penduduk miskin
X_1	Persentase penduduk yang tidak tamat sekolah menengah (APSSMA)
X_2	Persentase Penduduk Yang Menggunakan Air Bersih (PRMAB)
X_3	Indeks gini ratio (IGR)
X_4	Rasio lulusan D4/S1/S2/S3
X_5	Jumlah Penduduk (JPM)
X_6	Angka Melek Huruf (AHM)
X_7	Pendapatan Asli Daerah (dalam juta rupiah)
X_8	Pengeluaran untuk belanja pegawai dalam juta rupiah)
X_9	Pengeluaran untuk belanja barang dan jasa (dalam juta rupiah)

3.3.1 Defenisi Operasional

1. Persentase Penduduk Yang Tidak Tamat SMA

   Untuk menghitung persentase penduduk yang tidak tamat sekolah dasar (SDA) maka digunakan rumus sebagai berikut :

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Jumlah Capaian Kinerja APS SMA}\\ \text{se Kabupaten/kota}\end{array}}{\text{Jumlah Seluruh APS SMA se Kabupaten/kota}}\times 100\%$$

2. Persentase Penduduk Yang Menggunakan Air Bersih

   Menurut BPS bahwa Air Minum Layak adalah air leding eceran/meteran, air hujan, dan pompa/sumur terlindung/mata air terlindung dengan jarak ke tempat penampungan kotoran/tinja $\geq$ 10 m.

   Air bersih adalah salah satu jenis sumberdaya berbasis air yang bermutu baik dan biasa dimanfaatkan oleh manusia untuk dikonsumsi atau dalam melakukan aktivitas mereka sehari-hari termasuk diantaranya adalah sanitasi.

3. Indeks Gini Rasio

Tingakat pemerataan distribusi pendapatan sering diukur dengan koefisien gini. Caranya dengan membagi jumlah penduduk menjadi beberapa kelompok sesuai dengan tingkat pendapatannya. Kemudian menetapkan proporsi yang diterima oleh masing-masing kelompok pendapatan. Koefisen gini adalah ukuran ketidak seimbangan atau ketimpangan yang angkanya berkisar antara nol (pemerataan sempurna) hingga satu (ketimpangan sempurna).

Data yang diperlukan dalam menghitung gini ratio :

1. Jumlah rumah tangga atau penduduk
2. Rata-rata pendapatan atau pengeluaran rumah tangga yang sudah dikelompokkan menurut kelasnya.

Rumus untuk menghitung gini ration

$$G = 1 - \sum_{i=1}^{k} P_i (Q_i + Q_{i-1})$$

dimana :

Pi : persentase rumah tangga atau penduduk pada kelas ke-i

Qi : persentase kumulatif total pendapatan atau pengeluaran sampai kelas ke-i

Nilai gini ration berkisar antara 0 dan 1, jika:

- $G < 0{,}3$ = ketimpangan rendah
- $0{,}3 \leq G \leq 0{,}5$ = ketimpangan sedang

$G > 0{,}5$ = ketimpangan tinggi

4. Rasio Lulusan D4/S1/S2/S3

Salah satu faktor penting yang tidak dapat diabaikan dalam rangka pembangunan daerah adalah menyangkut kualitas sumber daya manusia (SDM). Kualitas SDM berkaitaanerat dengan kualitas tenaga kerja yang tersedia untuk mengisi kesempatan kerja di dalam negeri dan di luar negeri. Kualitas tenaga kerja di suatu wilayah sangat ditentukan oleh tingakt pendidikan yang ditamatkan oleh penduduk suatu wilayah maka semakin baik kualtas tenaga kerjanya. Kualitas tenaga kerja pada suatu daerah dapat dilihat dari tingkat pendidikan penduduk yang telah menyelesaikan D4, S1, S2 dan S3.

Rasio lulusan D4/S1/S2/S3 adalah jumlah lulusan D4/S1/S2/S3 per 10.000 penduduk, dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$\frac{\text{Jumlah lulusan D4/S1/S2/S3}}{\text{Jumlah penduduk}} \times 10.000$$

5. Jumlah Penduduk

Badan Pusat Statistik (BPS) Indonesia mendefinisikan penduduk adalah semua orang yang berdomisili di wilayah geografis Republik Indonesia selama 6 bulan atau lebih dan atau mereka yang berdomisili kurang dari 6 bulan tetapi bertujuan untuk menetap. Jumlah penduduk adalah bertambahnya jumlah penduduk pada suatu tempat sedangkan pertumbuhan penduduk jumlah penduduk yang dipengaruhi oleh kematian,kelahiran,dan migrasi penduduk.

6. Angka Melek Huruf

Melek aksara (juga disebut dengan melek huruf) adalah kemampuan membaca dan menulis. Lawan kata "melek aksara" adalah *buta huruf* atau *tuna aksara*, di mana ketidakmampuan membaca dan menulis ini masih menjadi masalah

Organisasi PBB untuk Pendidikan, Ilmu Pengetahuan dan Kebudayaan (UNESCO) memiliki definisi sebagai berikut:

Melek aksara adalah kemampuan untuk mengidentifikasi, mengerti, menerjemahkan, membuat, mengkomunikasikan dan mengolah isi dari rangkaian teks yang terdapat pada bahan-bahan cetak dan tulisan yang berkaitan dengan berbagai situasi.

Rumus untuk menghitung angka melek huruf adalah

$$\text{AMH15+} = \frac{a}{b} \times 100\%$$

dengan :

a = Jumlah penduduk berusia 15 tahun ke atas yang dapat membaca dan menulis.

b = Jumlah penduduk berusia 15 tahun ke atas.

7. Pendapatan Asli Daerah

   Pendapatan asli daerah (PAD) merupakan semua penerimaan yang diperoleh daerah dari sumber-sumber dalam wilahnya sendiri yang dipungut berdasarkan peraturan daerah sesuai dengan peraturan perundang-undangan yang berlaku. Sektor pendapatan daerah memegang peranan yang sangat penting, karena melalui sektor ini dapat dilihat sejauh mana suatu daerah dapat membiayai kegiatan pemerintah dan pembangunan daerah.

8. Pengeluaran Untuk Belanja Pegawai

   Konpensasi dalam bentuk uang maupun bareang yang diberikan kepada pegawai, pejabat negara, dan pensiunan serta pegawai honorer yang akan diangkat sebagai pegawai lingkup pemerintahan baik yang bertugas di dalam maupun diluar negeri sebagai inbalan atas pekerjaan yang telah dilaksanakan dalam rangka mendukung tugas dan fungsi unt organisasi pemerintah.

9. Pengeluaran Untuk Belanja Modal

   Berdasarkan Bagan Akun Standar (BAS) yang dikeluarkan oleh kementrian keuangan bahwa Belanja barang adalah pengeluran untuk menampung pembelian barang dan jasa yang habis pakai untuk memproduksi barang dan jasa yang dipasarkan maupun yang tidak dipasarkan serta pengadaan barang yang dimaksudkan untuk diserahkan atau dijual kepada masyarakat dan belanja perjalanan. Belanja ini terdiri belanja barang dan jasa, belanja pemeliharaan dan belanja perjalanan.

3.3 Peta Administrasi Provinsi Jawa Timur

Dalam penyusunan matriks penimbang spasial diperlukan peta digital provinsi Jawa Timur. Peta ini diperoleh dari hasil SP2010. Dengan menggunakan peta tersebut dapat diketahui letak persinggungan (*contiguity*) dan tetangga *neigborhood* antara wilayah. Jenis matriks pembobot spasial yang digunakan adalah *rook contiguity* (persinggungan sisi), dimana untuk daerah yang bersinggungan sisi dengan daerah yang diamati diberikan nilai 1 (w_{ij} = 1) dan bernilai 0 (w_{ij} = 0) untuk selainnya.

Gambar 3.2 Peta Administrasi Provinsi Jawa Timur

3.4 Metode Analisis Data

Metode analisis dan tahapan penelitian yang digunakan untuk mencapai tujuan penelitian adalah sebagai berikut:

1. Tahapan inferensia model Multivariat CAR :
   a. Penaksiran Parameter $\boldsymbol{\beta}_{\phi}$ dengan menggunakan metode least square yang didasari pada fungsi likelihood model MCAR.
   b. Menentukan penaksiran parameter model MCAR dengan simulasi posterior.

$$p(\boldsymbol{\beta} \mid \boldsymbol{\Sigma}_{\phi}, \phi, Y) \sim N\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}, (\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{f}}\mathbf{X})^{-1}\right)$$

$$p(\boldsymbol{\Sigma}_{\phi} \mid \phi, Y) \sim \mathrm{IG}\left(\frac{n-r}{2} \frac{(Y-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^{T}(Y-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})}{2}\right)$$

$$p(\phi \mid Y) \propto \left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1}\mathbf{X}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(Y-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)^{T}\left(Y-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)$$

2. Menemukan pola spasial (*spatial pattern*) Indikator Kinerja Utama Otonomi Daerah Provinsi Jawa Timur.
   a. Membuat peta tematik dengan variabel respon (Y_i) hasil taksiran model MCAR spasial setiap variabel respon.

      Berdasarkan distribusi *conditional* MCAR berikut

      $$\phi_i \mid \phi_j, \boldsymbol{\Sigma}_i \sim N\left(\Sigma B_{ij}\phi_j, \boldsymbol{\Sigma}_i\right)$$

      dimana $\phi = Y - \mathbf{X}\beta$ sehingga

BAB 4
ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini disajikan deskripsi variabel respon dan variabel prediktor, hasil analisis regresi multivariat; uji asumsi klasik dan pemodelan regresi multivariat untuk mengetahui pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon tanpa ada efek spasial. Kemudian diakhir penaksiran parameter dengan metode MCMC model multivariat CAR.

4.1 Penaksiran parameter $\boldsymbol{\beta}_{\phi}$ Model MCAR

Penaksiran parameter $\boldsymbol{\beta}_{\phi}$ model MCAR dilakukan dengan metode *least square.* Mengacu pada Oliveira (2012), dengan mengembalikan fungsi $\phi = Y - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$, kemudian berdasarkan persamaan (2.29) maka dapat diperoleh model likelihood Model MCAR sebagai berikut :

$$L(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\Sigma},\phi;Y) \propto |\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}|^{-\frac{n}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(Y-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right)^{T}\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1}\left(Y-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right)\right\} \quad (4.1)$$

dimana $\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1} = \boldsymbol{\Sigma}(I-\tilde{B}_R)^{-1} = \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(I-\tilde{B}_R)$,

$$l(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\Sigma},\phi;\mathrm{y}) \propto -\frac{n}{2}\ln|\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1}| - \frac{1}{2}\left(Y-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right)^{T}\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1}\left(Y-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right)^{-1}$$

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\Sigma}_{\phi},\phi;\mathbf{Y})}{\partial\boldsymbol{\beta}} = 0$$

$$\frac{\partial\left(-\frac{n}{2}\ln|\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1}| - \frac{1}{2}\left(Y-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right)^{T}\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1}\left(Y-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right)\right)}{\partial\beta} = 0$$

$$\frac{1}{2}\left(Y-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right)^{T}\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1}\left(Y-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right) = \mathbf{0}$$

$$\left(Y^{T}Y - 2\mathbf{X}^{T}\boldsymbol{\beta}^{T}Y + (\mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^{T}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right)\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1} = \mathbf{0}$$

$$\left(2\mathbf{X}^{T}Y + 2\mathbf{X}^{T}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right)\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1} = 0$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\phi} = (\mathbf{X}^T \boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \tag{4.2}$$

Dengan menulis kembali $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}$, maka

$$\begin{aligned}
&(Y - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (Y - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\
&= (Y - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (Y - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\
&= (Y - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T (Y - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) + (Y - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T (\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\
&\quad + (\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (Y - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) + (\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})
\end{aligned}$$

Dengan mengeliminasi bagian tengah, maka diperoleh

$$(Y - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (Y - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) = (Y - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T (Y - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) + (\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T (\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \tag{4.3}$$

Mudah untuk meminimumkan persamaan di atas dimana persamaan pada ruas kanan tidak tergantung pada $\boldsymbol{\beta}$, sehingga $\boldsymbol{\beta}$ meminimumkan $(Y - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (Y - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})$ dan $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ meminimumkan $(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T (\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})$. Bagian kedua adalah jumlah kuadrat dari element vektor $\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$, sehingga non-negatif dan dapat diminimumkan dengan membuatnya sama dengan nol. Bersamaan dengan memilih $\boldsymbol{\beta} = \hat{\boldsymbol{\beta}}$

$$\begin{aligned}
(\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (Y - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) &= \left[\mathbf{X}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta}\right)\right]^T \left(Y - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right) \\
&= \left(\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta}\right)^T \mathbf{X}^T \left(Y - \mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T Y\right) \\
&= \left(\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta}\right)^T \mathbf{X}^T \left(\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\right) Y
\end{aligned}$$

Tetapi $\mathbf{X}^T \left(\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\right) = \mathbf{X}^T - \mathbf{X}\mathbf{X}^T(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T = \mathbf{X}^T - \mathbf{X}^T = 0$

Sehingga $(\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (Y - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) = 0$

Dengan mensubsitusi persamaan (4.3) pada fungsi likelihood persamaan (4.1), maka diperoleh

$$L(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \phi; Y) \propto |\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}|^{-\frac{n}{2}} \exp\left[-\frac{\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1}\left\{(Y - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T (Y - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) + (\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T (\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})\right\}}{2}\right]$$

$$L(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\Sigma},\phi;Y)=|\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}|^{\frac{r}{2}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})^{T}\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1}(\mathbf{X}^{T}\mathbf{X})(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})\right\}$$
$$\times|\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}|^{\frac{n-r}{2}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(Y-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^{T}\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1}(Y-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})\right\}$$

Dengan menggunakan *standard improper reference* (SIR) Prior untuk $p(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\Sigma},\phi\,|\,Y)=\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1}$, (lihat Christensen, Johnson, Branscum, dan Hanson (2011)), maka densitas posterior dapat ditulis

$$p(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\Sigma},\phi;Y)=|\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}|^{\frac{r}{2}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})^{T}(\mathbf{X}^{T}\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1}\mathbf{X})^{-1}(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})\right\}$$
$$\times|\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}|^{\frac{n-r}{2}-1}\exp\left\{-\frac{1}{2}(Y-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^{T}\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1}(Y-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})\right\}$$

Dari likelihood dan distribusi prior, maka diperoleh joint posterior

$$p(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\Sigma}_{\phi},\phi\,|\,Y)=p(\boldsymbol{\beta}\,|\,\boldsymbol{\Sigma}_{\phi},\phi,Y)\,p(\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}\,|\,\phi,Y)\,p(\phi\,|\,Y) \qquad (4.4)$$

Dimana

$$p(\boldsymbol{\beta}\,|\,\boldsymbol{\Sigma}_{\phi},\phi,Y)\sim N\left(\hat{\boldsymbol{\beta}},(\mathbf{X}^{T}\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}\mathbf{X})^{-1}\right) \qquad (4.5)$$

$$p(\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}\,|\,\phi,Y)\sim \mathrm{IG}\left(\frac{n-r}{2},\frac{(Y-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^{T}(Y-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})}{2}\right) \qquad (4.6)$$

$$p(\phi\,|\,Y)\propto\left(\left|\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1}\right|\left|\mathbf{X}^{T}\boldsymbol{\Sigma}_{\phi}^{-1}\mathbf{X}\right|\right)^{-\frac{1}{2}}\left(Y-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)^{T}\left(Y-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) \qquad (4.7)$$

Simulasi persaan (4.5) dan (4.6) adalah mudah, akan tetapi persamaan (4.7) menggunakan Metropolis-Hasting.

4.2 Deskripsi Variabel Respon dan Prediktor

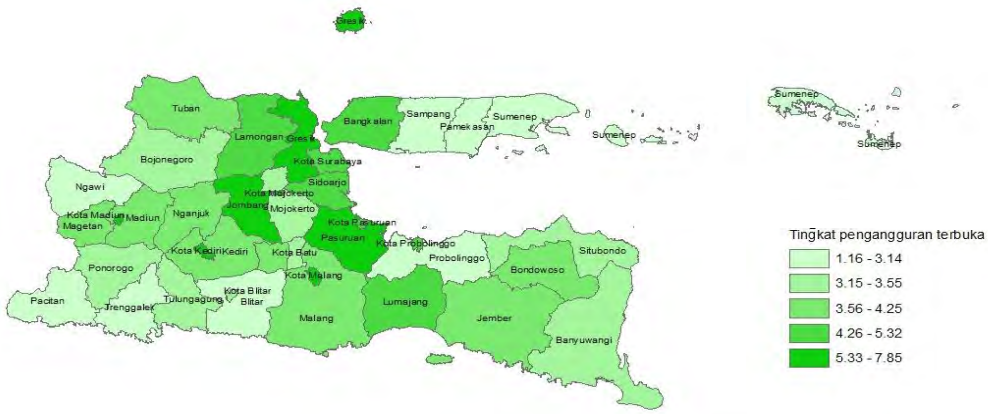
Jumlah variabel yang digunakan dalam penelitian sebanyak 12 yang didapatkan dari kantor BPS provinsi Jawa Timur tahun 2012 deskripsi data sebagai bareikut :

Tabel 4.1 Deskripsi Variabel Respon dan Prediktor

Variabel	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Y_1	1,16	7,85	4,23	1,70
Y_2	5,82	8,26	6,93	0,53
Y_3	4,45	27,87	13,08	5,55
X_1	0,50	1,53	0,85	0,27
X_2	69,22	100,00	94,41	7,39
X_3	0,27	0,49	0,35	0,05
X_4	81,00	1118,00	370,55	237,13
X_5	92582,00	2160062,00	762201,61	483236,23
X_6	70,70	98,30	89,26	6,96
X_7	31494481,00	1443395291,00	141803611,03	238451551,66
X_8	10516042,00	307548818,00	53742943,13	47750940,78
X_9	69574748,00	1210639631,00	218758546,08	182551758,76

Sumber : (BPS Jawa Timur tahun 2012)

Berdasarkan Tabel 4.1 menunjukkan bahwa rata-rata tingkat pengguran di Jawa Timur tahun 2012 adalah 4,23 persen dengan deviasi standar 1.70. Rata-rata pertumbuhan ekonomi di Jawa Timur tahun 2012 adalah 13,08 persen dengan deviasi standar 5.55. Rata-rata kemiskinan di Jawa Timur tahun 2012 adalah 6,83 persen dengan deviasi standar 0,53.

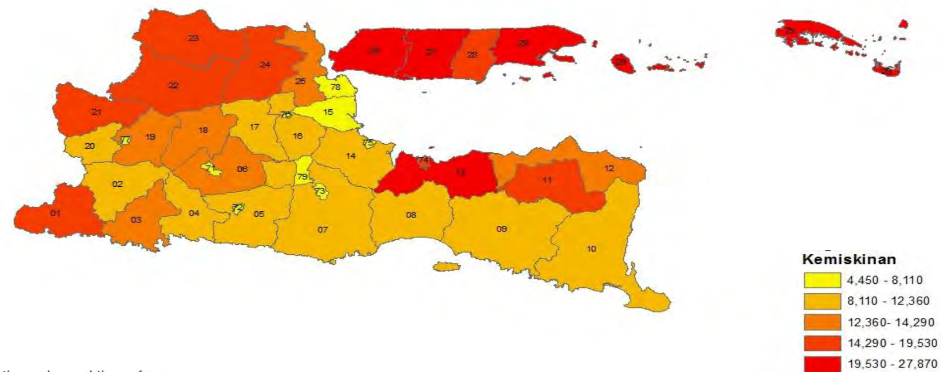


Gambar 4.1 Sebaran Tingkat Pengguran Terbuka (TPT) Jawa Timur

Pada gambar diatas dapat diketahui bahwa persebaran pengangguran terbuka kategori sangat rendah terjadi di pulau Madura (Sampang, Sumenep dan Pamekasan), Probolinggo, Pacitan dan Blitar sedangkan persebaran pengangguran terbuka kategori tinggi terjadi di Kota Sidoarjo, Pasuruan dan Jombang. Pola persebaran pengangguran terbuka nampak mengelonpok sehingga mengindikasikan adanya efek spasial yang saling dependensi.

Gambar 4.3. Sebaran Persentase Pertumbuhan Ekonomi

Pada gambar (Gambar 4.3) diatas dapat diketahui bahwa persebaran persentase pertumbuhan ekonomi kategori rendah terjadi di pulau Madura (Bangkalan, Sampang, Sumenep, Pamekasan), Bondowoso, Lumajang, Blitar, Tuban, Bojonegoro dan Magetan sedangkan persentase pertumbuhan ekonomi kategori tinggi terjadi di Kota Surabaya, Sidoarjo, Lamongan, Gresik, Mojokerto, Pasuruan, Kota Batu, Malang, Jember dan Banyuwangi. Pola Penyebaran Persentase Penduduk miskin nampak mengelonpok sehingga mengindikasikan adanya efek spasial yang saling dependensi.



Gambar 4.2. Peta Sebaran Penduduk Miskin

Gambar 4.2 dapat diketahui bahwa persebaran rasio penduduk miskin kategori sangat tertinggi terjadi di pulau Madura (Bangkalan, Sampang, Sumenep, Pamekasan) dan Probolinggo sedangkan persentase penduduk miskin kategori sangat rendah terjadi di Kota Surabaya, Banyuwangi Sidoarjo dan TulungAgung. Pola Penyebaran Persentase Penduduk miskin nampak mengelonpok sehingga mengindikasikan adanya efek spasial yang saling dependensi.

4.3 Analisis Regresi Linier Multivariat

Analisis model regresi multivariat ini digunakan untuk mengetahui variabel prediktor mana saja yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon tanpa melibatkan efek spasial.

4.3.1 Uji Korelasi Antara Variabel Respon

Pada penelitian ini, unit observasi yang digunakan sebanyak 38 kabupaten/kota yang ada di Propinsi Jawa Timur pada tahun 2012. Sebelum melakukan regresi multivariate, terlebih dahulu dilakukan uji korelasi dimana untuk mengetahui hubungan antar variabel respon dengan dengan menggunakan uji *Bartlett Sphericity* (Morrison, 2005). Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut :

H_o : antar variabel respon bersifat *independent* atau $R = \mathbf{I}$

H_1 : antar variabel respon bersifat *dependent* atau $R \neq \mathbf{I}$

Diperoleh nilai χ^2 hitung sebesar 33,677 dan p-value 0,000, dimana $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{3;0,05}$ yaitu 33,677>7,815 dan p-value<α yaitu 0,000<0,05 maka dapat disimpulkan bahwa terdapat korelasi antara variabel respon dan layak dilakukan analisis regresi multivariate.

4.3.2 Deteksi Multikolinieritas

Uji multikolinieritas digunakan untuk mengetahui ada tidaknya hubungan antara variabel prediktor. Apabila nilai VIF pada setiap variabel prediktor lebih dari 10 maka variabel tersebut terjadi multikolinieritas. Hasil uji multikolinieritas (VIF) dapat dilihat pada Tabel 4.3.

Tabel 4.2. Uji Multikolinieritas Variabel Prediktor

Variabel	**X_1**	**X_2**	**X_3**	**X_4**	**X_5**
VIF	2.237	1.377	1.733	3.611	2.789
Variabel	**X_6**	**X_7**	**X_8**	**X_9**	
VIF	3.769	19.730*	10.238*	16.624*	

Keterangan : *) Terjadi Multikolinieritas

Berdasarkan Tabel 4.3. dapat disimpulkan bahwa terjadi multikolinieritas pada variabel X_7-X_9 sehingga variabel X_7-X_9 tidak digunakan dalam pemodelan. Variabel yang digunakan dalam pemodelan adalah X_1-X_6.

4.3.3 Uji Asumsi Normal Multivariat

Asumsi yang paling fundamental dalam analisis multivariat adalah normalitas, yang didasari pada bentuk distribusi data untuk variabel metrik dan bentuk distribusinya dapat dikatan berdistribusi normal Hair (1998). Untuk itu digunakan uji asumsi normal multivariat pada vektor *error.*

Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

H_0 : vektor *error* berdistribusi normal multivariat

H_1 : vektor *error* tidak berdistribusi normal multivariat

Berdasarkan hasil *q-q plot* nilai $d_i^2 = \left(\mathbf{X}_i - \overline{\mathbf{X}}\right)' S^{-1}(\mathbf{X}_i - \overline{\mathbf{X}}\right), i = 1,...,n$ cenderung membentuk garis lurus dan lebih besar dari 50 % (57,89 %) nilai $d_i^2 \leq \chi^2_{0,05;37}$ sehingga data diatas cenderung berdistribusi normal. (lihat lampiran 3)

4.3.4 Pemodelan Regresi Multivariate

Pemodelan regresi multivariat digunakan untuk mengetahui variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon tanpa melibatkan faktor lokasi pengamatan. Sebelum melakukakan pemodelan regresi multivariat, data distandarisasikan terlebih dahulu karena setiap variabel memiliki nilai satuan yang berbeda. Pemodelan regresi *multivariate* adalah sebagai berikut.

Berikut dilakukan Pengujian serentak multivariat adalah untuk menguji apakah secara keseluruhan parameter signifikan berpengaruh terhadap variabel respon.

Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut :

$H_0 : \beta_{6,1} = \beta_{4,2} = \beta_{4,3} = \cdots = \beta_{6,6} = 0$

$H_1 :$ paling sedikit ada satu $\beta_{6h} \neq 0$ untuk $h = 1,2,3,4,5,6$

Statistik uji yang digunakan adalah Uji F

$$F = \frac{\dfrac{\left|\mathbf{Y}^T(\mathbf{I} - \mathbf{H}_0)\mathbf{Y}\right|}{tr((\mathbf{H} - \mathbf{H}_0))}}{\dfrac{\left|\mathbf{Y}^T(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{Y}\right|}{tr((\mathbf{I} - \mathbf{H}))}}$$

Dengan menggunakan tingkat signifikansi $\alpha = 5\%$ maka keputusan yang diambil ialah H_0 ditolak jika nilai $F_{hitung} > F_{tabel}$ atau dapat dikatakan minimal ada satu parameter mana saja yang signifikan mempengaruhi variabel respon.

Hasil pengujian diperoleh nilai F hitung sebesar $F = 3,31 > F_{(0,05;18;93)} = 1,64$ memberikan kesimpulan bahwa secara serentak paling tidak ada satu parameter signifikan berpengaruh berpengaruh signifikan terhadap Y_1 (tingkat pengangguran terbuka) Y_2 (pertumbuhan ekonomi) dan Y_3(kemiskinan).

Pengujian berikutnya adalah melihat variabel prediktor mana saja yang mempunyai pengaruh signifikan terhadap variabel respon yaitu dengan melakukan pengujian secara parsial pada parameter model regresi multivariat. Hipotesis yang digunakan adalah :

$H_0 : \beta_{6h} = 0$

$H_1 : \beta_{6h} \neq 0$ untuk $h = 1,2,3,4,5,6$

Sebelum dilakukan pengujian parameter secara parsial pada model *multivariate* maka terlebih dahulu dicari penaksir parameter beta pada parameter model regresi *multivariate* Tabel 4.5.

Tabel 4.4 Penaksir Parameter Model Regresi Multivariat

Variabel respon	Parameter	Penaksir ($\hat{\mathbf{B}}$)	Standar *Error*	t_{hitung}	p-value
Y_1	ZX_1	-0,199	0,166	-1,197	0,240
	ZX_2	0,387	0,135	2,873	**0,007**
	ZX_3	-0,054	0,151	-0,356	0,724
	ZX_4	0,460	0,185	2,490	**0,018**
	ZX_5	-0,038	0,123	-0,307	0,761
	ZX_6	-0,036	0,222	-0,162	0,872
Y_2	ZX_1	0,088	0,174	0,506	0,617
	ZX_2	-0,013	0,141	-0,091	0,928
	ZX_3	-0,155	0,158	-0,978	0,336
	ZX_4	0,387	0,194	1,997	**0,055**
	ZX_5	0,259	0,129	2,004	**0,054**
	ZX_6	0,548	0,233	2.349	**0,025**

Lanjutan Tabel 4.5

Y_3	ZX_1	-0,095	0,130	-0,725	0,474
	ZX_2	-0,158	0,106	-1,491	**0,146**
	ZX_3	-0,013	0,118	-0,111	0,913
	ZX_4	-0,140	0,145	-0,966	0,341
	ZX_5	-0,076	0,097	-0,786	0,438
	ZX_6	-0,726	0,174	-4,166	**0,000**

Ket : *) variabel signifikan pada α=20%

Berdasarkan pada Tabel 4.5 hasil uji penaksiran parameter regresi multivariat dengan tingkat signifikansi (α = 20%)) atau dengan nilai $t_{hitung} > t_{tabel}$ diketahui bahwa variabel yang berpengaruh terhadap tingkat pengguran terbuka (Y_1) adalah persentase penduduk yang menggunakan air bersih (X_2) dan persentase Lulusan D4/S1/S2/S3(X_4) Adapun model regresi multvariat untuk variabel tingkat pengangguran terbuka (Y_1) adalah :

$$\hat{y}_1 = -0,199ZX_1 + 0,387ZX_2 - 0,054ZX_3 + 0,460ZX_4 - 0,038\ ZX_5 - 0,036\ ZX_6$$

Kemudian untuk menginterpretasikan model maka variabel yang distandarisasikan dikembalikan ke variabel awal.

$$\hat{y}_1 = -2,758 - 1,247X_1 + 0,0897X_2 - 1,948X_3 + 0,003X_4 - 1,327\times10^{-007}\ X_5 - 0,009\ X_6$$

Dengan intrepertasi modelnya adalah sebagai berikut.

1. Setiap kenaikan 1% pada Penduduk Yang Menggunakan Air Bersih (X_2) maka akan meningkatkan pengangguran terbuka (TPT) sebesar 0,0897 dengan asumsi variabel yang lain tetap.
2. Setiap kenaikan 1% pada Rasio lulusan D4/S1/S2/S3 (X_4) maka akan mengurangi tingkat pengangguran terbuka (TPT) sebesar 0,003 dengan asumsi variabel yang lain tetap.

Pada pertumbuhan ekonomi (Y_2) variabel yang berpengaruh adalah persentase Lulusan D4/S1/S2/S3 (X_4), Jumlah Penduduk (X_5) , dan Angka Melek Huruf (X_6) Adapun model regresi multvariat untuk variabel pertumbuhan ekonomi (Y_3) adalah

$$\hat{y}_2 = 0,088\text{ZX}_1 - 0,013\text{ZX}_2 - 0,155\text{ZX}_3 + 0,387\text{ZX}_4 + 0,259\ \text{ZX}_5 + 0,548\text{ZX}_6$$

Kemudian untuk menginterpretasikan model maka variabel yang distandarisasikan dikembalikan ke variabel awal.

$$\hat{y}_2 = 3,225 + 0,173\text{X}_1 - 0,001\text{X}_2 - 1,752\text{X}_3 + 0,001\text{X}_4 + 2,844\times10^{-007}\text{X}_5 + 0,042\text{X}_6$$

Dengan intrepertasi modelnya adalah sebagai berikut.

1. Setiap kenaikan 1% pada Rasio lulusan D4/S1/S2/S3 (X_4) maka akan meningkatkan pertumbuhan ekonomi sebesar 0,001 dengan asumsi variabel yang lain tetap.
2. Setiap kenaikan 1% pada Jumlah Penduduk (X_5) maka akan meningkatkan pertumbuhan ekonomi sebesar $2,844\times10^{-007}$ dengan asumsi variabel yang lain tetap.
3. Setiap kenaikan 1% pada Angka Melek Huruf (X_6) maka akan meningkatkan pertumbuhan ekonomi sebesar 0,042 dengan asumsi variabel yang lain tetap.

Pada Persentase Kemiskinan (Y_3) variabel yang berpengaruh adalah Persentase Penduduk Yang Menggunakan Air Bersih (PRMAB) (X_2) dan Angka Melek Huruf (X_6). Adapun model regresi multvariat untuk variabel kemiskinan (Y_3) adalah

$$\hat{y}_3 = -0,095\text{ZX}_1 - 0,158\text{ZX}_2 - 0,013\text{ZX}_3 - 0,140\text{ZX}_4 - 0,076\ \text{ZX}_5 - 0,726\text{ZX}_6$$

Kemudian untuk menginterpretasikan model maka variabel yang distandarisasikan dikembalikan ke variabel awal.

$$\hat{y}_3 = 79,931 - 1,936\text{X}_1 - 0,118\text{X}_2 - 1,548\text{X}_3 - 0,003\text{X}_4 - 8,721\times10^{-007}\text{X}_5 - 0,579\text{X}_6$$

Dengan intrepertasi modelnya adalah sebagai berikut.

1. Setiap kenaikan 1% pada Penduduk Yang Menggunakan Air Bersih (X_2) maka akan mengurangi kemiskinan sebesar 0,11 dengan asumsi variabel yang lain tetap.

2. Setiap kenaikan 1% pada Angka Melek Huruf (X_6) maka akan memengurangi kemiskinan sebesar 0,579 dengan asumsi variabel yang lain tetap.

4.5. Penaksiran Parameter Model Multivariat CAR

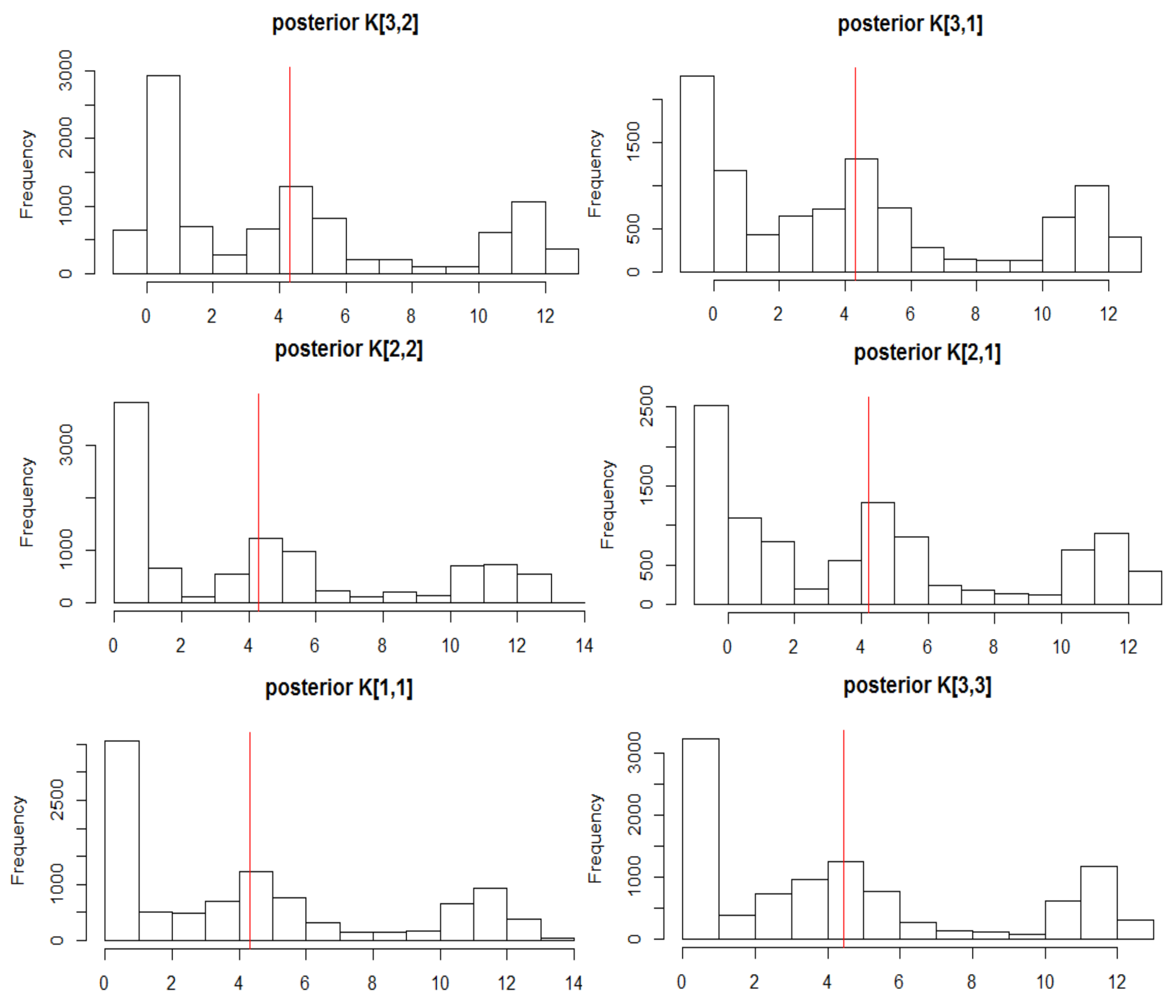
Berikut adalah hasil dari penaksiran parameter matriks kros-kovairans spasial dan non spasial model MCAR.

Tabel 4.5 Penaksiran Parameter Model MCAR

Parameter	Quantil Posterior		
	50%	**2.5%**	**97.5%**
K [1,1]	3,619	0,011	12,325
K [2,1]	3,578	-0,152	12,284
K [3,1]	3,557	-0,187	12,178
K [2,2]	3,623	0,007	12,324
K[3,2]	3,56	-0,028	12,103
K[3,3]	3,603	0,007	12,048
ψ_{11}	0,054	0,003	0,542
ψ_{22}	0,061	0,006	0,588
ψ_{33}	0,035	0,003	0,666
ϕ_1	0,264	0,063	0,3
ϕ_2	0,168	0,054	0,292
ϕ_3	0,18	0,056	0,292

Catatan : $\boldsymbol{K = AA^T}$ *adalah matriks kros-kovarians spasial,* ψ *adalah matriks kros-kovarians non-spasial,* ϕ *adalah parameter efek spasial*

Berdasarkan tabel di atas dengan menggunakan distribusi kuantil 2.5% dan 97.5% , sehingga dapat diketahui bahwa ada beberapa koefisien yang positif signifikan berpengaruh dan ada yg tidak, untuk element matriks kros-kovarians spasial yang positif signifikan adalah K[1,1], K[2,2], dan K[3,3]. Dan yang lainnya adalah negatif. Untuk elemet matriks kros-kovarians non-spasial ψ_{11} , ψ_{22} , dan ψ_{33} semuanya positif signifikan. Kemudian untuk efek spasial ϕ_1 , ϕ_2 , dan ϕ_3 semuanya positif signifikan.



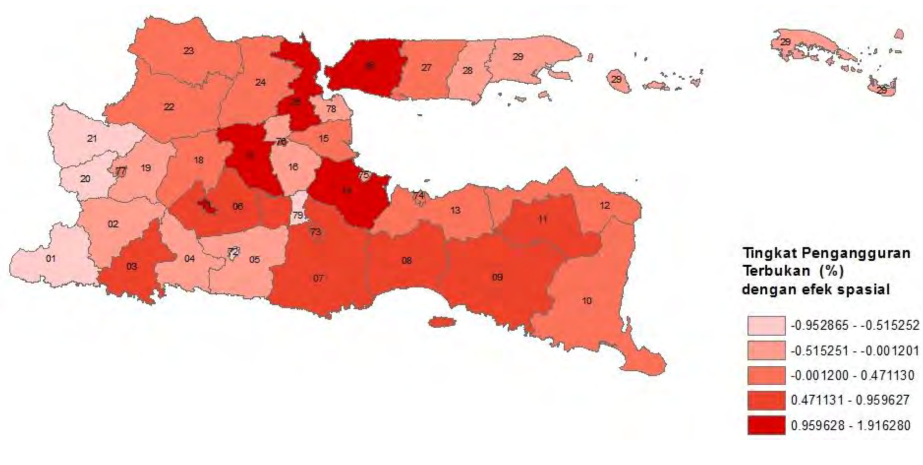
Gambar.4.4 Histogram posterior untuk komponen kros-kovarians spasial

Hasil yang dilaporkan pada Gambar.4.7 mengarah pada perhatian penaksiran elemen matriks Σ_ϕ model MCAR. Elemen non-zero dari matriks segitiga-bawah (*lower tringular matrix*) menunjukkan efek dari setiap variabel satu sama lain dengan memperhatikan interaksi spasial diantara daerah. Bentuk (*shape*) histogram posterior sebaran data tidak terpusat pada nol artinya bahwa model menjadi efektif

Tabel 4.6 Penaksiran parameter model regresi dengan unsur spasial

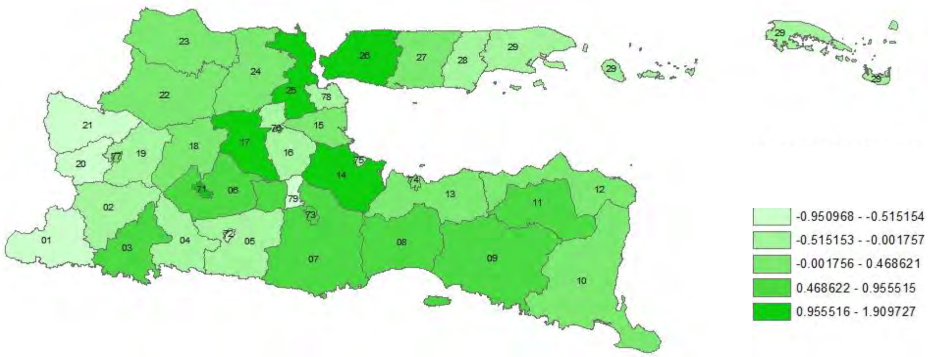
Parameter	Tingkat Pengangguran terbuka (Y_1)			Pertumbuhan ekonomi (Y_2)			Kemiskinan (Y_3)		
	50%	**2,5%**	**97,5%**	**50%**	**2,5%**	**97,5 %**	**50%**	**2,5%**	**97,5 %**
intersep	-0,676	-5,827	4,714	-0,673	-5,928	4,726	-0,668	-5,847	4,82
X_1	-0,338	-0,823	0,122	-0,335	-0,822	0,129	-0,336	-0,823	0,131
X_2	0,292	-0,071	0,645	0,293	-0,072	0,65	0,292	-0,066	0,648
X_3	0,038	-0,262	0,345	0,041	-0,265	0,345	0,039	-0,264	0,35
X_4	0,462	0,136	0,778	0,46	0,132	078	0,462	0,135	0,772
X_5	-0,228	-0,493	0,029	-0,229	-0,497	0,026	-0,228	-0,489	0,032
X_6	-0,173	-0,766	0,412	-0,173	-0,765	0,417	-0,171	-0,756	0,407

Berdasarkan Tabel 4. 9 dengan menggunakan persentasi kualntil 2,5% dan 95,7% terlihat bahwa Rasio lulusan D4/S1/S2/S3 merupakan variabel-variabel yang signifikan berpengaruh secara spasial terhadap Tingkat Pengangguran Terbuka, Pertumbuhan Ekonomi, dan Kemiskinan.



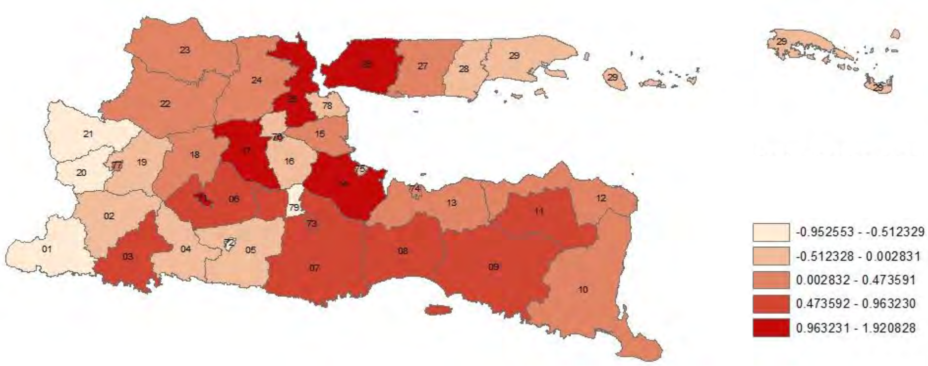
Gambar 4.5 Tingkat Pengangguran terbuka ($\hat{Y}_1$) secara spasial

Peta pada Gambar 4.5 memberikan informasi tentang pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon dengan adanya efek spasial. Dengan menggunakan 5 kelas interval data, gradasi warna dari muda ke tua menunjukkan efek spasial dari rendah ke tinggi. Pola sebaran Tingkat Pengangguran terbuka di provinsi Jawa Timur yang dipengaruahi oleh efek spasial (kewilayahan). Terlihat adanya pola mengelompok antara di beberapa daerah, yaitu daerah dengan kode wilayah 01, 20, dan 21 memiliki pengaruh efek spasial yang rendah. Kemudian daerah dengan kode wilayah 14, 17, 25, dan 26 dengan tingakat pengaruh efek spasial yang tinggi.



Gambar 4.6 Pertumbuhan ekonomi ($\hat{Y}_2$) secara spasial

Peta pada Gambar 4.5 memberikan informasi tentang pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon, dengan adanya efek spasial. Dengan menggunakan 5 kelas interval data, gradasi warna dari muda ke tua menunjukkan efek spasial dari rendah ke tinggi. Pola sebaran pertumbuhan ekonomi di provinsi Jawa Timur yang dipengaruahi oleh efek spasial (kewilayahan). Terlihat adanya pola mengelompok antara di beberapa daerah, yaitu daerah dengan kode wilayah 01, 21, 22, 72, dan 79 memiliki pengaruh efek spasial yang rendah. Kemudian daerah dengan kode wilayah 3,14, 17, 25, dan 26 dengan tingakat pengaruh efek spasial yang tinggi.



Gambar 4.7 Kemiskinan ($\hat{Y}_3$) secara spasial

Peta pada Gambar 4.6 memberikan informasi tentang pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon, dengan adanya efek spasial. Dengan menggunakan 5 kelas interval data, gradasi warna dari muda ke tua menunjukkan pola efek spasial dari rendah ke tinggi. Sebaran kemiskinan di provinsi Jawa Timur yang dipengaruahi oleh efek spasial (kewilayahan). Terlihat adanya pola mengelompok antara di beberapa daerah, yaitu daerah dengan kode wilayah 01, 20, 21, 72, dan 79 memiliki pengaruh efek spasial yang rendah. Dan daerah dengan kode wilayah 14, 17, 25, 26, dan 71 dengan tingakat pengaruh efek spasial yang tinggi.

BAB 5
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan, dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. Analisis regresi linier multivariat non menunjukkan bahwa variabel prediktor X_1, persentase penduduk yang menggunakan air bersih (X_2) dan persentase Lulusan D4/S1/S2/S3 (X_4) berpengaruh terhadap variabel respon Tingakat Pengangguran Terbuka (Y_1), pertumbuhan ekonomi (Y_2) variabel yang berpengaruh adalah persentase Lulusan D4/S1/S2/S3 (X_4), Jumlah Penduduk (X_5) , dan Angka Melek Huruf (X_6), Pada kemiskinan (Y_3) variabel yang berpengaruh adalah Persentase Penduduk Yang Menggunakan Air Bersih (PRMAB) (X_2) dan Angka Melek Huruf (X_6).
2. Analisis multivariat CAR menunjukkan bahwa variabel prediktor persentase Lulusan D4/S1/S2/S3 X_4 signifikan berpengaruh terhadap Tingakat Pengangguran Terbuka (Y_1), Pertumbuhan ekonomi (Y_2), dan Kemiskinan (Y_3) secara spasial.
3. Pola sebaran Indikator Kinerja Utama Otonomi Daerah provinsi Jawa Timur secara spasial terlihat mengelompok, sehingga untuk mengatasi masalah tersebut pemerintah provinsi dapat membuat program pengentasan pengangguran, pengentasan kemiskinan, dan peningkatan pertumbuhan ekonomi yang bersifat regional dan dependensi.

5.2 Saran

Dengan memperhatikan kesimpulan yang diperoleh, maka ada beberapa hal yang dapat disankan untuk penelitian selanjutnya, diantaranya :

1. Penelitian ini menggunakan model Multivariat CAR dengan data area, sehingga perlu untuk dicoba dengan menggunakan jenis data spasial yang lain yaitu spasial *line* (garis) spasial *point* (titik) atau spasial *grid*.
2. Dalam melakukan analisis data invers matris dilakukan dengan pendekatan *spectral decomposition,* pada penelitien lebih lanjut perlu dicoba pendekantan yang lain yaitu *chlosky decomposition.*

Lampiran 1 Uji Kolinieritas Variabel Prediktor

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig,	Collinearity Statistics	
	B	Std, Error	Beta			Tolerance	VIF
(Constant)	-2,265	5,490		-0,412	0,683		
x1	-1,859	1,049	-0,297	-1,772	0,087	0,447	2,237
x2	0,087	0,030	0,379	2,889	0,007	0,726	1,377
x3	-1,179	5,335	-0,033	-0,221	0,827	0,577	1,733
x4	0,004	0,002	0,538	2,530	0,017	0,277	3,611
x5	$4{,}380x10^{-007}$	0,000	0,125	0,667	0,510	0,359	2,789
x6	-0,019	0,053	-0,078	-0,359	0,722	0,265	3,769
x7	$-4{,}953x10^{-009}$	0,000	-0,696	-1,400	0,173	0,051	19,730
x8	$2{,}405x10^{-008}$	0,000	0,677	1,889	0,069	0,098	10,238
x9	$-1{,}814x10^{-009}$	0,000	-0,195	-0,428	0,672	0,060	16,624

Uji Kolinieritas setelah x7, x8, dan x9 dikeluarkan

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig,	Collinearity Statistics	
	B	Std, Error	Beta			Tolerance	VIF
(Constant)	-2,758	5,665		-0,487	0,630		
x1	-1,247	1,042	-0,199	-1,197	0,240	0,486	2,057
x2	0,089	0,031	0,387	2,873	0,007	0,739	1,352
x3	-1,948	5,467	-0,054	-0,356	0,724	0,589	1,697
x4	0,003	0,001	0,460	2,490	0,018	0,393	2,546
x5	$-1{,}327x10^{-007}$	0,000	-0,038	-0,307	0,761	0,884	1,132
x6	-0,009	0,054	-0,036	-0,162	0,872	0,272	3,683

Lampiran 2. Penaksiran Parameter model Regresi Multivariat

Uji Serentak Regresi Multivariat

Tests of Between-Subjects Effects						
Source	Dependent Variable	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig,
Corrected Model	Zscore(y1)	21,597[a]	6	3,599	7,244	,000
	Zscore(y2)	20,076[b]	6	3,346	6,129	,000
	Zscore(y3)	27,528[c]	6	4,588	15,016	,000
Intercept	Zscore(y1)	0,000	1	0,000	0,000	1,000
	Zscore(y2)	0,000	1	0,000	0,000	1,000
	Zscore(y3)	0,000	1	0,000	0,000	1,000
Zx1	Zscore(y1)	0,712	1	0,712	1,432	0,240
	Zscore(y2)	0,140	1	0,140	0,256	0,617
	Zscore(y3)	0,161	1	0,161	0,526	0,474
Zx2	Zscore(y1)	4,102	1	4,102	80,255	0,007
	Zscore(y2)	0,005	1	0,005	0,008	0,928
	Zscore(y3)	0,679	1	0,679	2,223	0,146
Zx3	Zscore(y1)	0,063	1	0,063	0,127	0,724
	Zscore(y2)	0,522	1	0,522	0,956	0,336
	Zscore(y3)	0,004	1	0,004	0,012	0,913
Zx4	Zscore(y1)	3,080	1	3,080	6,199	0,018
	Zscore(y2)	2,177	1	2,177	3,988	0,055
	Zscore(y3)	0,285	1	0,285	0,934	0,341
Zx5	Zscore(y1)	0,047	1	0,047	0,094	0,761
	Zscore(y2)	2,192	1	2,192	4,014	0,054
	Zscore(y3)	0,189	1	0,189	0,618	0,438
Zx6	Zscore(y1)	0,013	1	0,013	0,026	0,872
	Zscore(y2)	3,013	1	3,013	5,518	0,025
	Zscore(y3)	5,303	1	5,303	17,356	0,000
Error	Zscore(y1)	15,403	31	0,497		
	Zscore(y2)	16,924	31	0,546		
	Zscore(y3)	9,472	31	0,306		
Total	Zscore(y1)	37,000	38			
	Zscore(y2)	37,000	38			
	Zscore(y3)	37,000	38			
Corrected Total	Zscore(y1)	37,000	37			
	Zscore(y2)	37,000	37			
	Zscore(y3)	37,000	37			

a, R Squared = ,584 (Adjusted R Squared = ,503)
b, R Squared = ,543 (Adjusted R Squared = ,454)
c, R Squared = ,744 (Adjusted R Squared = ,694)

Penaksiran parameter dengan data distandarkan

Dependent Variable	Parameter	B	Std, Error	t	Sig,	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Zscore(y1)	Intercept	-2,297E-015	,114	,000	1,000	-,233	,233
	Zx1	-,199	,166	-1,197	,240	-,538	,140
	Zx2	,387	,135	2,873	,007	,112	,662
	Zx3	-,054	,151	-,356	,724	-,362	,254
	Zx4	,460	,185	2,490	,018	,083	,837
	Zx5	-,038	,123	-,307	,761	-,289	,214
	Zx6	-,036	,222	-,162	,872	-,490	,417
Zscore(y2)	Intercept	8,036E-016	,120	,000	1,000	-,244	,244
	Zx1	,088	,174	,506	,617	-,267	,443
	Zx2	-,013	,141	-,091	,928	-,301	,275
	Zx3	-,155	,158	-,978	,336	-,477	,168
	Zx4	,387	,194	1,997	,055	-,008	,782
	Zx5	,259	,129	2,004	,054	-,005	,522
	Zx6	,548	,233	2,349	,025	,072	1,023
Zscore(y3)	Intercept	1,433E-015	,090	,000	1,000	-,183	,183
	Zx1	-,095	,130	-,725	,474	-,360	,171
	Zx2	-,158	,106	-1,491	,146	-,373	,058
	Zx3	-,013	,118	-,111	,913	-,255	,228
	Zx4	-,140	,145	-,966	,341	-,436	,156
	Zx5	-,076	,097	-,786	,438	-,273	,121
	Zx6	-,726	,174	-4,166	,000	-1,082	-,371

Penaksiran parameter dengan data tidak distandarkan

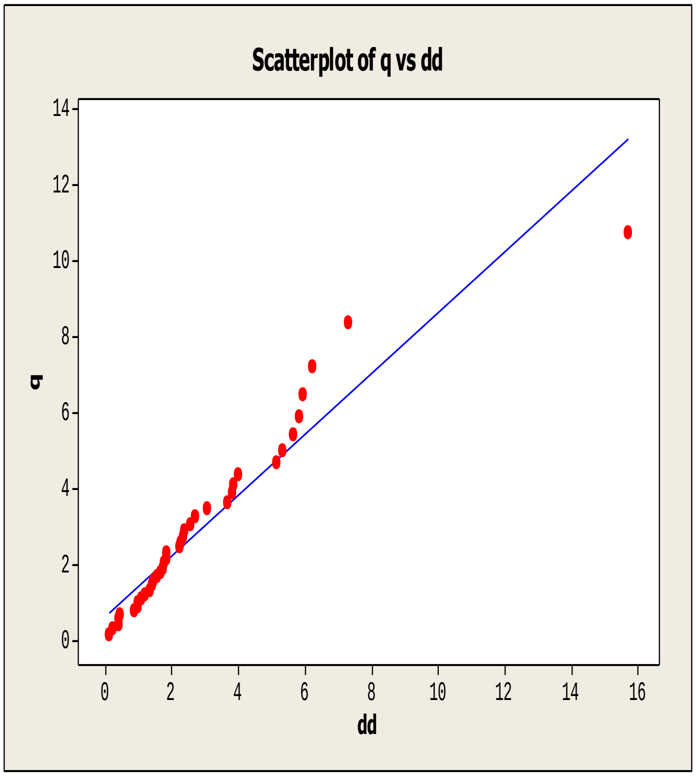
Dependent Variable	Parameter	B	Std, Error	t	Sig,	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
y1	Intercept	-2,758	5,665	-,487	0,630	-14,312	8,796
	x1	-1,247	1,042	-1,197	0,240	-3,372	0,878
	x2	0,089	0,031	2,873	0,007	0,026	0,152
	x3	-1,948	5,467	-0,356	0,724	-13,097	9,201
	x4	0,003	0,001	2,490	0,018	0,001	0,006
	x5	$-1{,}327 x10^{-007}$	$4{,}330\ x10^{-007}$	-0,307	0,761	$-1{,}016\ x10^{-006}$	$7{,}504\ x10^{-007}$
	x6	-0,009	0,054	-0,162	0,872	-0,119	0,102
y2	Intercept	3,225	1,857	1,737	0,092	-0,562	7,012
	x1	0,173	0,341	0,506	0,617	-0,524	0,869
	x2	-0,001	0,010	-0,091	0,928	-0,022	0,020
	x3	-1,752	1,792	-0,978	0,336	-5,406	1,902
	x4	0,001	0,000	1,997	0,055	-1,841E-005	0,002
	x5	$2{,}844\ x10^{-007}$	$1{,}419\ x10^{-007}$	2,004	0,054	$-5{,}096\ x10^{-009}$	$5{,}738\ x10^{-007}$
	x6	0,042	0,018	2,349	0,025	0,006	0,078
y3	Intercept	79,931	14,515	5,507	0,000	50,328	109,535
	x1	-1,936	2,669	-0,725	0,474	-7,379	3,508
	x2	-0,118	0,079	-1,491	0,146	-0,280	0,043
	x3	-1,548	14,006	-0,111	0,913	-30,113	27,017
	x4	-0,003	0,003	-0,966	0,341	-0,010	0,004
	x5	$-8{,}721\ x10^{-007}$	$1{,}109\ x10^{-007}$	-0,786	0,438	$-3{,}135\ x10^{-007}$	$1{,}391\ x10^{-007}$
	x6	-0,579	0,139	-4,166	0,000	-0,862	-0,295

Lampiran 3. Uji Asumsi Normal Multivariat

```
macro
qq x,1-x,p
mconstant i n p t chis
mcolumn d x,1-x,p dd pi q
ss tt
mmatrix s sinv ma mb mc md
let n=count(x,1)
cova x,1-x,p s
invert s sinv
do i=1:p
  let x,i=x,i-mean(x,i)
enddo
do i=1:n
  copy x,1-x,p ma;
    use i,
  transpose ma mb
  multiply ma sinv mc
  multiply mc mb md
  copy md tt
  let t=tt(1)
  let d(i)=t
enddo
set pi
  1:n
end
let pi=(pi-0,5)/n
sort d dd
invcdf pi q;
chis p,
plot q*dd
invcdf 0,5 chis;
chis p,
let ss=dd<chis
let t=sum(ss)/n
print t
endmacro
```

Data Display

```
t    0,526316
MTB > %D:/multinormal,txt
c1-c3
Executing from file:
D:/multinormal,txt
Answer = 5,0142
Answer = 1.0106
```



Lampiran 4. R code Statistik F, untuk uji serentak model regresi multivariat

```
data=datast
f.mlm <- lm(cbind(Y1,Y2,Y3) ~ X1+X2+X3+X4+X5+X6, data
= data)
summary(f.mlm)
#####
SSD(f.mlm)
f.mlm1 <- update(f.mlm, ~ 1)
anova(f.mlm, f.mlm1)
```

Hasil analisis

```
Analysis of Variance Table

Model 1: cbind(Y1, Y2, Y3) ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6
Model 2: cbind(Y1, Y2, Y3) ~ 1
  Res.Df Df Gen.var. Pillai approx F num Df den Df
Pr(>F)
1     31      0.41815
2     37  6   0.72672 1.1714   3.3097     18     93
8.17e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1
' ' 1
```

Lampiran 5. Code dan package untuk analisis data spasial

```
data.jatim=Data.tesis1
n <- 38 ## jumlah daerah
q <- 3 ## jumlah variabel dependen
nltr <- q*(q+1)/2 ## jumlah element matiks segitiga atas dari
                    cross-covariance matrix
coords <- as.matrix(data.jatim[,c("X","Y")])
jatim.names <- c("Y1","Y2","Y3")
var.dependen<
as.matrix(log(data.jatim[c("x1","x2","x3","x6","x7")]))
log.var.dependen <- as.matrix(log(data.jatim))
cov(log.var.dependen)# menentukan covarians variabel dependen
```

R Code untuk membuat Model MCAR

```
########call MCAR model
###############
A.starting <- diag(0.1,q)[lower.tri(diag(1,q), TRUE)]
Psi.starting <- rep(0.5, q)

A.tuning <- rep(0.0005,length(A.starting))
Psi.tuning <- rep(0.0005, q)

n.samples <-10000

starting <-
list("phi"=rep(3/20,q),"A"=A.starting,"Psi"=Psi.starting)
tuning <- list("phi"=rep(0.1,q),"A"=A.tuning, "Psi"=Psi.tuning)
priors <- list("beta.Flat","phi.Unif"=list(rep(3/60,q),
rep(3/10,q)), "K.IW"=list(q+1, diag(0.001,q)),
"Psi.IG"=list(rep(2,q), c(0.05,0.08,0.05)))

model<-list(Y1~x1+x2+x3+x4+x5+x6,
          Y2~x1+x2+x3+x4+x5+x6,
```

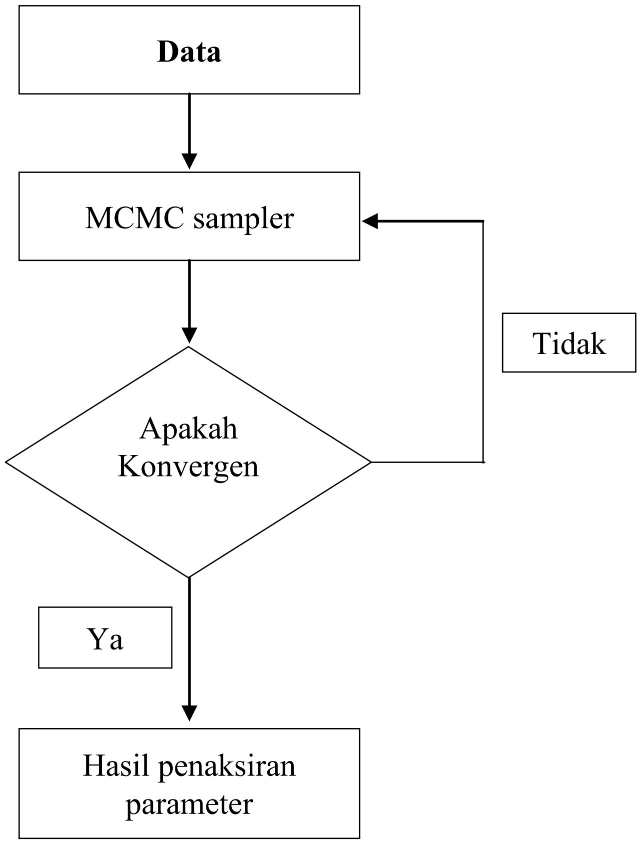
```
          Y3~x1+x2+x3+x4+x5+x6)
m.1 <- spMvLM(model, coords=coords, data=data.jatim,
              starting=starting, tuning=tuning, priors=priors,
              cov.model="exponential",  n.samples=n.samples,
n.report=10000)
burn.in <- 0.75*n.samples
m.1 <- spRecover(m.1, start=burn.in)

round(summary(m.1$p.theta.samples)$quantiles[,c(3,1,5)],3)
round(summary(m.1$p.beta.recover.samples)$quantiles[,c(3,1,5)],3)
```

R Code untuk Recovery data

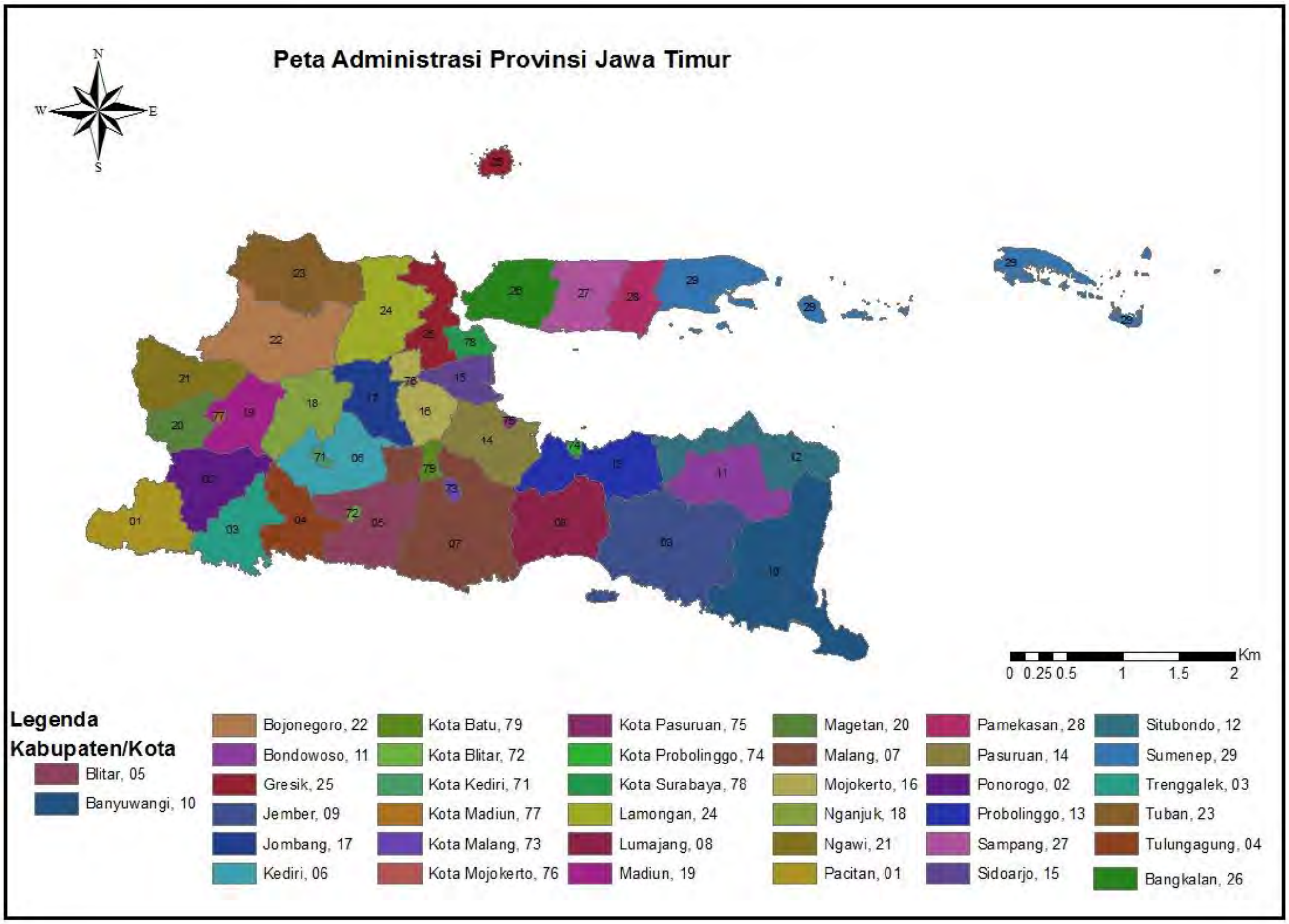
```
burn.in <- 0.75*n.samples
p.theta.samples <-
as.matrix(window(mcmc.list(m.1$p.theta.samples), window=burn.in))
n.samples <- nrow(p.theta.samples)
q=split(p.theta.samples , col(p.theta.samples ))
s=c(q[ ,10])
k11<-c(p.theta.samples[,1])
k21<-c(p.theta.samples[,2])
k31<-c(p.theta.samples[,3])
k22<-c(p.theta.samples[,4])
k32<-c(p.theta.samples[,5])
k33<-c(p.theta.samples[,6])
ps11<-c(p.theta.samples[,7])
ps22<-c(p.theta.samples[,8])
ps33<-c(p.theta.samples[,9])
ph1<-c(p.theta.samples[,10])
ph2<-c(p.theta.samples[,11])
ph3<-c(p.theta.samples[,12])
##### Plot histogram
hist(k11,main="posterior K[1,1]")
abline(v=mean(k11),col="red")
hist(k21,main="posterior K[2,1]")
```

```
abline(v=mean(k21),col="red")
hist(k31,main="posterior K[3,1]")
abline(v=mean(k31),col="red")
hist(k22,main="posterior K[2,2]")
abline(v=mean(k22),col="red")
hist(k32,main="posterior K[3,2]")
abline(v=mean(k32),col="red")
hist(k33,main="posterior K[3,3]")
abline(v=mean(k33),col="red")
hist(ps11,main="posterior Psi[1,1]")
hist(ps22,main="posterior Psi[2,2]")
hist(ps33,main="posterior Psi[1,1]")
hist(ph1, main="posterior Phi1")
hist(ph2,main="posterior Phi2")
hist(ph3,main="posterior Phi3")
########### efek spasial untuk pembuatan peta tematik
m.1 <- spRecover(m.1, start=burn.in, thin=10)
w <- rowMeans(m.1$p.w.recover.samples)
w.y1 <- w[seq(1,length(w),q)]
w.y2 <- w[seq(2,length(w),q)]
w.y3 <- w[seq(3,length(w),q)]
```

Lampiran 6 : Diagram Alir Penaksiran Parameter dengan MCMC



Lampiran 7



Peta Administrasi Provinsi Jawa Timur
N
S
W
E
Km
0 0.25 0.5 1 1.5 2
Legenda
Kabupaten/Kota
Blitar, 05
Banyuwangi, 10
Bojonegoro, 22
Bondowoso, 11
Gresik, 25
Jember, 09
Jombang, 17
Kediri, 06
Kota Batu, 79
Kota Blitar, 72
Kota Kediri, 71
Kota Madiun, 77
Kota Malang, 73
Kota Mojokerto, 76
Kota Pasuruan, 75
Kota Probolinggo, 74
Kota Surabaya, 78
Lamongan, 24
Lumajang, 08
Madiun, 19
Magetan, 20
Malang, 07
Mojokerto, 16
Nganjuk, 18
Ngawi, 21
Pacitan, 01
Pamekasan, 28
Pasuruan, 14
Ponorogo, 02
Probolinggo, 13
Sampang, 27
Sidoarjo, 15
Situbondo, 12
Sumenep, 29
Trenggalek, 03
Tuban, 23
Tulungagung, 04
Bangkalan, 26

Lampiran 8. Persinggungan antara kab/kota di Provinsi Jawa Timur

Kode daerah	Kab/Kota	Count	Persinggungan (Ketetanggan)
01	Pacitan	2	03 02
02	Ponorogo	6	01 03 04 19 18 20
03	Trenggalek	3	02 01 04
04	Tulungagung	5	06 03 05 19 02
05	Blitar	4	06 73 04 72
06	Kediri	6	19 09 05 04 73 71
07	Malang	9	14 16 05 06 13 08 73 79 09
08	Lumajang	3	13 73 09
09	Jember	4	11 13 08 10
10	Banyuwangi	3	12 11 09
11	Bondowoso	4	12 09 13 10
12	Situbondo	3	11 10 13
13	Probolinggo	7	08 73 14 12 09 74 11
14	Pasuruan	6	75 15 73 13 16 79
15	Sidoarjo	4	78 25 14 12
16	Mojokerto	8	24 25 15 14 73 79 09 76
17	Jombang	6	24 06 18 16 73 22
18	Nganjuk	6	22 06 03 09 02 19
19	Madiun	6	02 18 22 21 20 77
20	Magetan	3	21 19 02
21	Ngawi	3	22 19 20
22	Bojonegoro	6	23 19 18 09 21 24
23	Tuban	2	22 24
24	Lamongan	5	16 09 23 22 25
25	Gresik	4	15 16 78 24
26	Bangkalan	1	29
27	Sampang	2	26 28
28	Pamekasan	2	29 27
29	Sumenep	1	28
71	Kediri	1	06
72	Blitar	1	05
73	Malang	1	07
74	Probolinggo	1	13
75	Pasuruan	1	14
76	Mojokerto	1	16
77	Madiun	1	19
78	Surabaya	2	15 25
79	Batu	3	16 14 07

Daftar Pustaka

Adiba. (2013). *Estimasi persamaan simultan spasial dengan pendekatan Generalize Spatial Three Stage Least Square* . Tesis.Surabaya: Institut teknologi Sepuluh November.

Arbia, G. (2006). *Spatial Econometrics, Statistical Foundations and Applications to Regional Convergence.* Berlin: Springer-Verlag.

Badan Busat Statistik Provinsi Jawa. (2013). *Jawa Timur Dalam Angka.* Surabaya: BPS Jawa Timur.

Badan Pusat Statistik Jawa Timur. (2012). *Indikator Ekonomi dan Sosial Jawa Timur.* Surabaya: BPS Jawa Timur.

Banerjee, S., Carlin , B. P., dan Gelfand, A. E. (2005). *Hierarchical Modeling and Analysis for Spatial Data, 2nd.* New York: CRC Press.

Besag, J. (1974). Spatial Interaction and the statistical analysis of lattice systems(with discussion). *Journal of Royal Statistical Sociaty*, 192-236.

BPS Jawa Timur. (2012). *Keadaan Angkatan Kerja di Jawa Timur.* Surabaya: BPS Jawa Timur.

Brook, D. (1964). On the distinction between the conditional probability and the joint probability approaches in the specification of nearest-neighbour systems. *Biometrik*, 481.

Casella, G., dan R.L, B. (2002). *Statistical Inference,2nd Edition.* New York: Duxbury.

Costa-Font, J., dan Mosconey, F. (2009). The Impact of Decentralization and Inter-Territorial Interaction on Spanish Health Expenditure. Dalam G. Arbia, & B. H. Baltagi, *Spatial Econometrics* (hal. 154-169). Germany: Heidelberg.

Cressie, N. C. (1993). *Statistics For Spatial Data, Revised ed.* New York: John Weley and Sons.

Christensen, R., Johnson, W., Branscum, A., & Hanson, T. E. (2011). *Bayesian Ideas and Data Analysis, An Introduction for Scienties and Statistician.* Boca Raton: Taylor and Francis Group.

Darmawan, I. (2006). *Evaluasi Satu Dasawarsa Otonomi Daerah.*

Djuraidah, A., dan Wigena, A. H. (2012). *Regresi Spasial untuk Menentuan Faktor-faktor Kemiskinan di Provinsi Jawa Timur.*

Edi, S. Y. (2010). *Quasi-maximum likelihood Untuk regresi panel spasial Laju Pertumbuhan Ekonomi Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur 2007-2009.*

Gamerman, Dani; Moreira, Ajax R.B;. (2004). Multivariate Spasial Regresion Model. *Journal of Multivariate Analysis*, 262-281.

Gelfand, A. E., dan Vounatsou, P. (2003). Proper multivariate conditional autoregressive models for spatial data analysis. *Journal Biostatistics*, 11-25.

Gilks, W. R., Best, N. G., dan Tan, K. C. (1995). Adaptive Rejection Metropolis Sampling within Gibbs Sampling. *Applied statistic*, 455-472 .

Griffith , D. A. (1988). *Advanced Spatial Statistics.* BUFFALO, NEW YORK : Kluwer Academic Publishers.

Gujarati, D. (1992). *Essential of Econometrics.* New York: Mc Graw-Hill,Inc.

Harini, S. (2012). *Regresi Spasial Multivariat Dengan Pembobot Geografis.* Disertasi.Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Novenber.

Hasbullah, J. (2012). *Tangguh Dengan Statistik.* Jakarta: Nuansa Cendekia.

Jaweng, R. E. (2013). Otonomi dan Regulasi Usaha di Daerah. *Jurnal Bhinneka Tunggal Ika*, Volume 4 No.2.

Jin, X., Carlin, B. P., dan Banerjee, S. (2005). Generalized Hierarchical Multivariate CAR Models for Areal Data. *Biometrics*, 950–961.

Johnson, R. A., dan Wichern, D. W. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis Sixth Edition.* United States of America: Pearson Prentice Hall.

Karim, A. (2013). *Pemodelan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) Sektor Industri di Provinsi Jawa Timur Dengan Pendekatan Ekonometrika Spasial.* Tesis. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh November.

Lailiyah. (2011). *Faktor - faktor yang mempengaruhi pengangguran terbuka jawa timur menggunakan metode hirarki dan nonhirarki.*

Mahfud M.D, M. (2000, Vol I No 1). Otonomi Daerah Sebagai Keharusan Agenda Reformasi Menuju Tatanan Indonesia Baru. hal. 1-10.

Mardia, K. V. (1988). Multi-dimensional multivariate gaussian Markov random field with application to image processing. *Journal of Multivariate Analysis*, 265-284.

Peraturan pemerintah nomor 6 tahun 2008 tentang pemerintahan daerah. (t.thn.).

Rencher, A. C. (2002). *Methods of Multivariate Analysis. 2nd Edition.* Canada: John Weley & Sons,Inc.

Saleh, S. (1953). *Otonomi dan Daerah Otonom.* Jakarta: Endang.

Santoso. (2009). *Faktor-faktor yang mempengaruhi tingkat pengangaguran terbuka di Jawa Timur menggunakan MARS.*

Shekar, S., dan Xiong , H. (2008). *Encyclopedia of GIS.* New York: SpringerScience.

Tang, Y., dan Ghosal, S. (2006). A consistent nonparametric Bayesian procedure for estimating autoregressive conditional densities. *Computational Statistics & Data Analysis*, 4424 – 4437.

Torabi, M. (2014). Spatial Gereralized Linier Mixed Model With Multivariate CAR model for Areal Data. *Journal Spatial Statistic*, 21-26.

Undang-undang nomor 22 tahun 1999 tentang pemerintahan daerah. (t.thn.).

undang-undang nomor 32 tahun 2004 tentang pemerintahan daerah. (t.thn.).

Wulandari, & Budiantara. (2014). *Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Persentase Penduduk Miskin dan Pengeluaran Perkapita Makanan di Jawa Timur menggunakan Regresi Nonparametrik Birespon Spline.*

Zhang, Y., Hodges, J. S., dan Banerjee, S. (2009). Smoothed ANOVA With Spatial Effects as a Competitor to MCAR in Multivariate Spatial Smoothing. *The Annals Of Applied Statistic*, 1805–1830.

BIOGRAFI PENULIS

Penulis bernama Sukri Adnan Sangadji, lahir di desa Doro Kecamatan Gane Barat Halmahera Selatan, Provinsi Maluku Utara pada tanggal 12 september 1985. Penulis adalah anak pertama dari dua bersaudara dari pasangan suami istri bapak Adnan Sangadji dan ibu Hadjar Hasyim. Penulis menyelesaikan sekolah dasar di SD Inpres Koititi kecamatan Gane Barat pada tahun 1998, pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMP negeri 1 kota Ternate dan lulus pada tahun 2001. Kemudian penulis menyelesaikan pendidikan menengah atas di SMA Negeri 2 kota Ternate pada tahun 2004. Pada tahun 2005 penulis melanjutkan studi ke perguruan tinggi S1 jurusan Matematika di Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Muhammadiyah Maluku Utara. Setelah lulus tahun 2009 penulis menjadi guru matematika di SMK negeri 2 kota Ternate tahun 2009-2012. Pada tahun 2010 penulis diminta untuk menjadi asisten matakuliah Pengantar Statistika di almamater penulis sampai dengan tahun 2012. Pada tahun 2012 penulis melanjutkan studi ke jenjang S2 program Magister Jurusan Statistika, Fakultas Matematika Danilmu Pengetahuan Alam di Institut Teknologi Sepuluh November (ITS) Surabaya. Penulis dapat dihungi di alamat e-mail kangsyuk@gmail.com